West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2012

PART-III

MATHEMATICS (COMPUTER SC. AND PROGRAMME) — GENERAL

Paper– IV

Duration : 3 Hours Full Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

উত্তর যথাসম্ভব নিজের ভাষায় লেখা বাঞ্ছনীয়।

প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

Answer any *two* Groups from A, B, C

যে কোন **দুইটি** বিভাগ (A, B, C-র মধ্যে) উত্তর করুন

GROUP – A

Answer any *five* questions from the following : 5 ! 10 = 50

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

1. a) Prove that in a Boolean algebra, the complement a' of an element a is unique. Prove also that for any three elements a, b and x in a Boolean algebra if $a + x = b + x$ and $a + x' = b + x'$, then $a = b$. 2 + 3

প্রমান করুন যে কোন বুলীয় বীজগণিতের কোন পদ a-এর পূরক পদ a' অদ্বিতীয়। আরও প্রমাণ কত যে, কোন বুলীয় বীজগণিতের যে কোন তিনটি পদ a, b এবং x-এর জন্য যদি $a + x = b + x$ এবং $a + x' = b + x'$ হয়, তবে $a = b$ হবে।

b) Obtain the binary equivalent of the numbers $(1674\ 125)_{10}$ and $(56\ 75)_{10}$. Find their sum and difference in binary number system. Find the octal equivalent of the sum. 2 + 2 + 1

$(1674\ 125)_{10}$ এবং $(56\ 75)_{10}$ সংখ্যাগুলির দ্বৈতাঙ্গী সমতুল বের করুন। তাদের যোগফল এবং বিয়োগফল দ্বৈতাঙ্গী রাশি পদ্ধতিতে বের করুন। যোগফলটির অষ্টাঙ্গী সমতুল বের করুন।

2 a) Find the Boolean function represented by the following truth table in conjunctive normal form : 5

নিম্নলিখিত সত্যসারণী দ্বারা প্রকাশিত সত্য উপলব্ধি করে এমন বুলীয় রাশিমালাকে সংযোজক স্বভাবী আকারে (CNF) প্রকাশ করুন ঃ

x	y	z	f
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

b) What are logic gates ? Write down the truth tables of OR and NAND gates each with three inputs. Realise OR function with the help of NAND gates. 1 + 2 + 2

যৌক্তিক দ্বার কি ? তিন প্রবেশ দ্বার বিশিষ্ট OR এবং NAND দ্বারের সত্যসারণী লিখুন। NAND দ্বারের সাহায্যে OR অপেক্ষকটি বাস্তবায়িত করুন।

3. a) Explain each of the following terms giving their full forms : 5

(i) BIT (ii) BYTE (iii) BCD (iv) CPU (v) ALU.

নিম্নলিখিত পদগুলির সম্পূর্ণ অর্থ লিখুন এবং ব্যাখ্যা করুন ঃ

(i) BIT (ii) BYTE (iii) BCD (iv) CPU (v) ALU.

b) Draw a switching circuit for the Boolean expression

$\{ (x + yz) + x' \} y' + yz'$. Obtain a simpler equivalent switching circuit. 2 + 3

$\{ (x + yz) + x' \} y' + yz'$ -বুলীয় রাশিমালাটির দ্বারা প্রকাশিত সুইচ বর্তনীটি গঠন করুন। এই বর্তনীটির সমতুল একটি সহজতম সুইচ বর্তনী নির্ণয় করুন।

4. a) Write short notes on any *two* : 5

নিম্নলিখিত যে কোন **দুটির** ওপর টীকা লিখুন ঃ

(i) High level and low level language

High level এবং low level language

(ii) FORTRAN

(iii) BASIC.

b) What do you mean by time complexity of an algorithm ? Develop an algorithm to find the smallest of five real numbers a, b, c, d, e. 1 + 4

একটি অ্যালগোরিদম্-এর সময় জটিলতা বলতে কি বোঝেন ? পাঁচটি বাস্তব সংখ্যা a, b, c, d, e -র ক্ষুদ্রতমটি নির্ণয় করার জন্য একটি অ্যালগোরিদম্ তৈরী করুন।

5. a) Draw a flowchart to find all the odd numbers from 1 to 100 and to compute their sum. 5

1 থেকে 100 পর্যন্ত সকল অযুগ্ম সংখ্যাগুলি বের করার জন্য এবং তাদের যোগফল নির্ণয় করার জন্য একটি গতিচিত্র অঙ্কন করুন।

b) A function $f(x)$ is defined as

$$f(x) = x^2 - 5, \quad x < 2$$
$$= x^2, \quad x = 2$$
$$= x^2 + 3x, \quad x > 2$$

Write a FORTRAN 77/90 subprogram for defining $f(x)$. 5

একটি অপেক্ষক $f(x)$ এইভাবে সংজ্ঞায়িত ঃ

$$f(x) = x^2 - 5, \quad \text{যখন } x < 2$$
$$= x^2, \quad \text{যখন } x = 2$$
$$= x^2 + 3x, \text{ যখন } x > 2$$

এই অপেক্ষক $f(x)$ কে লেখার করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 সাবপ্রোগ্রাম তৈরী করুন।

6. a) Discuss briefly the basic difference between a function subprogram and a subroutine subprogram in FORTRAN 77/90. 5

FORTRAN 77/90 তে একটি function subprogram এবং একটি subroutine subprogram-এর মধ্যে মূল পার্থক্যগুলি সংক্ষেপে আলোচনা করুন।

b) Write the following expression in FORTRAN 77/90. 5

(i) $\dfrac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d\sin x}$ (ii) $x^3 + \sec^{-1} x$ (iii) $|\cos x| + e^{-x^2/2a^2}$

(iv) $x^{y^2} + \left(\dfrac{yz^z}{10}\right)^5$ (v) $\dfrac{x^n}{3!}$.

FORTRAN 77/90 তে নিম্নলিখিত রাশিমালার রূপ লিখুন ঃ

(i) $\dfrac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d\sin x}$ (ii) $x^3 + \sec^{-1} x$ (iii) $|\cos x| + e^{-x^2/2a^2}$

(iv) $x^{y^2} + \left(\dfrac{yz^z}{10}\right)^5$ (v) $\dfrac{x^n}{3!}$.

7. a) What are the rules for naming a real variable in FORTRAN 77/90 ? State with suitable examples the use of I, F and E formats in FORTRAN 77/90. 2 + 3

FORTRAN 77/90 তে একটি বাস্তব চলরাশির নামকরণের নিয়মগুলি কি ? উপযুক্ত উদাহরণ সহযোগে FORTRAN 77/90 - এ I, F এবং E ফর্ম্যাটগুলি বিবৃত করুন।

b) Write a FORTRAN programme to illustrate the use of Do Loop to find the sum of the following series : 5

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots + \frac{1}{51^2}$$

নিম্নলিখিত শ্রেণীটির যোগফলটি বের করবার জন্য FORTRAN প্রোগ্রাম লিখুন যাতে Do Loop এর ব্যবহার প্রকাশিত হয়ঃ

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots + \frac{1}{51^2}$$

8. a) Write a FORTRAN 77/90 program to find the roots of the equation $2x^2 + 7x + 3 = 0$. 5

$2x^2 + 7x + 3 = 0$ সমীকরণের বীজগুলি নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

b) State with a suitable example the use of valid IMPLICIT type declaration in FORTRAN 77/90. 5

FORTRAN 77/90 ভাষায় বৈধ IMPLICIT type declaration এর ব্যবহার উপযুক্ত উদাহরণ সহযোগে আলোচনা করুন।

9. a) Write a programme in BASIC to find the H.C.F. and L.C.M. of two given positive integers A and B. 6

দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা A এবং B -এর গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC -এ একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

b) Write a short note on TAB function in BASIC. 2

BASIC-এ TAB function -এর ওপর একটি সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন।

c) What is the purpose of DIM statement in BASIC ? 2

BASIC-এ DIM বিবৃতির উদ্দেশ্য কি ?

GROUP – B

Answer Question No. 10 and any *four* from the rest.

প্রশ্ন নং ১০ এবং অন্য যে কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন।

10. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে কোন **পাঁচটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find limit function of the sequence of function $\{f_n\}$

where $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+nx}$, $x \in [0, 1]$.

$\{f_n\}$ অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন যেখানে $f_n(x) = \dfrac{nx}{1+nx}$, $x \in [0, 1]$

b) Show that the series $\sum \dfrac{\cos nx}{n^2}$ is uniformly convergent on $(-\infty, \infty)$.

দেখান যে $\sum \dfrac{\cos nx}{n^2}$ এই শ্রেণীটি $(-\infty, \infty)$ -এর মধ্যে সমভাবে অভিসারী।

c) Find the radius of convergence of the power series $\sum \dfrac{(-1)^n n!}{n^n} x^n$

$\sum \dfrac{(-1)^n n!}{n^n} x^n$ এই ঘাত শ্রেণীর অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

d) State Dirichlet's condition in connection with Fourier series.

ফুরিয়ার শ্রেণী সংক্রান্ত ডিরিকলেট -এর শর্ত বিবৃত করুন।

e) Find particular integral of the following equation by the method of undetermined coefficient : $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^{2x}$

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^{2x}$ এই সমীকরণটির বিশেষ সমাকল নির্ণয় করুন।

f) Solve $\frac{d^4y}{dx^4} + y = 0$.

সমাধান করুন $\frac{d^4y}{dx^4} + y = 0$

g) Find inverse Laplace Transform $\left(L^{-1}\right)$ for $f(p) = \frac{5p}{p^2 - 1}$, $p > 1$

বিপরীত Laplace Transform $\left(L^{-1}\right)$ বের করুন, যেখানে $f(p) = \frac{5p}{p^2 - 1}$, $p > 1$

h) Find Laplace transform of $f(t) = t^2 + \cos^2 3t$.

$f(t) = t^2 + \cos^2 3t$ -এর Laplace transform বের করুন।

11. a) Show that the series of function $\sum f_n$ where $f_n(x) = \frac{x^n}{n^3}$, $x \in [0, 1]$ is uniformly convergent on $[0, 1]$ and show that $\int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}\, dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)\, n^3}$.

3 + 2

দেখান যে $\sum f_n$ এই শ্রেণী অপেক্ষকটি যেখানে $f_n(x) = \frac{x^n}{n^3}$, $x \in [0, 1]$, $[0,1]$ এর মধ্যে সমভাবে অভিসারী এবং দেখান যে $\int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}\, dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)\, n^3}$

b) Show that the sequence of real valued function $\{f_n\}$ defined by $f_n(x) = \frac{x^n}{1 + x^n}$, $x \in [0, \infty)$ converges pointwise to a function f on $[0, \infty)$. Show that f is not continuous on $[0, \infty)$ and hence deduce that the convergence of $\{f_n\}$ is not uniform on $[0, \infty)$.

5

দেখান যে $f_n(x) = \frac{x^n}{1 + x^n}$, $x \in [0, \infty)$ এই অনুক্রমটি $[0, \infty)$ এই অন্তরালে বিন্দুসাপেক্ষে অভিসারী যেখানে f হল ওর সীমা অপেক্ষক। দেখান যে $[0, \infty)$ অন্তরালে f অসন্তত এবং এর থেকে দেখান যে $\{f_n\}$ অনুক্রমটি $[0, \infty)$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

12. a) Assuming the power series expansion for $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ as

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1.3}{2.4}x^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}x^6 + \ldots, |x| < 1$ obtain the power series expansion for $\sin^{-1} x$. Deduce that $1 + \frac{1}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5} + \frac{1.3.5}{2.4.6.7} + \ldots = \frac{\pi}{2}$. 3 + 2

ধরে নিন $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1.3}{2.4}x^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}x^6 + \ldots, |x| < 1$ একটি ঘাত শ্রেণী। এটি থেকে $\sin^{-1} x$ অপেক্ষাকটির ঘাত শ্রেণী নির্ণয় করুন এবং দেখান যে -

$1 + \frac{1}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5} + \frac{1.3.5}{2.4.6.7} + \ldots = \frac{\pi}{2}$

b) Prove that $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \ldots$ is convergent on $[0, \infty)$ but the convergence is not uniform on $[0, \infty)$. 2 + 3

দেখান যে $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \ldots$

শ্রেণীটি $[0, \infty)$ এই অন্তরালে, অভিসারী কিন্তু $[0, \infty)$, এই অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

13. a) Solve $\frac{d^3y}{dx^3} + 4\frac{dy}{dx} = \sin 2x$. 5

সমাধান করুন $\frac{d^3y}{dx^3} + 4\frac{dy}{dx} = \sin 2x$

b) Solve by method of variation of parameter $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax \ (a \neq 0)$. 5

ভেদ প্রচলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন ঃ

$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax \ (a \neq 0)$

14. a) Using the method of undetermined coefficient solve $(D^2 + 3D + 2)y = e^x \cos x \quad \left(D \equiv \frac{d}{dx}\right)$. 5

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করুন ঃ

$(D^2 + 3D + 2)y = e^x \cos x \quad \left(D \equiv \frac{d}{dx}\right)$

b) Solve $\frac{dx}{dt} - 3x + 2y = 0, \ \frac{dy}{dt} - 2y = x + e^{2t}$. 5

সমাধান করুন $\frac{dx}{dt} - 3x + 2y = 0, \ \frac{dy}{dt} - 2y = x + e^{2t}$

15. a) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0)$ with $y'(0) = y'(1) = 0$.

$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0)$ অবকল সমীকরণের আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করুন, যেখানে সীমাশর্ত হল $y'(0) = y'(1) = 0$

b) Solve the following partial differential equation by Lagrange method :

$(y - zx)\,p + (x + yz)\,q = x^2 + y^2$

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange -এর পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন ঃ

$(y - zx)\,p + (x + yz)\,q = x^2 + y^2$

16. a) Find the Fourier series expansion of the function 4 + 1

$f(x) = \pi + x, \quad -\pi < x < \pi$

Hence show that $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$

$f(x) = \pi + x$ এই অপেক্ষকটিকে $-\pi < x < \pi$ অন্তরালে ফুরিয়র শ্রেণীতে বিস্তৃত করুন। এর থেকে দেখান যে $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$

b) Find Fourier series of the function 5

$f(x) = k \quad -\pi < x < 0$

$\quad\;\; = 0 \quad 0 \le x < \pi$

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির ফুরিয়র শ্রেণী নির্ণয় করুন।

$f(x) = k \quad -\pi < x < 0$

$\quad\;\; = 0 \quad 0 \le x < \pi$

17. a) (i) If $L\{f(t)\} = F(s)$ then prove that $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$

(ii) If $f(t) = -1$ for $t \le 2$

$= 1$ for $t > 2$; find $L\{f(t)\}$. 3 + 2

(i) যদি $L\{f(t)\} = F(s)$ হয় তবে প্রমাণ করুন $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$

(ii) যদি $f(t) = -1$ যখন $t \le 2$

$= 1$ যখন $t > 2$ $\quad L\{f(t)\}$ নির্ণয় করুন

b) Solve by using Laplace transformation, the equation 5

$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-t\sin t}$ given that $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

ল্যাপলাস -এর রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নলিখিত সমীকরণটি সমাধান করুন ঃ

$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-t\sin t}$ যেখানে $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

GROUP - C

Answer Question No. 18 and any *four* from the rest.

১৮ ন প্রশ্নের উত্তর দিন এবং বাকী প্রশ্নগুলি থেকে যে কোনো চারটির উত্তর দিন।

18. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিনঃ

a) If a, b are positive integers such that $gcd\,(a, b) = 1$, then show that $gcd\,(a+b, a-b) = 1$ or 2

যদি a, b এমন দুটি পূর্ণসংখ্যা হয় যে গ.সা.গু. $(a, b) = 1$ তাহলে দেখান যে গ.সা.গু. $(a+b, a-b) = 1$ অথবা 2

b) Find all prime divisors of 40 !

40 ! সংখ্যাটির সকল মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করুন।

c) Show that $x^2 - x + 11$ is prime for all integers x with $0 \le x \le 10$ however $x^2 - x + 11$ is composite for $x = 11$

যদি x এমন একটি পূর্ণসংখ্যা হয় যে $0 \le x \le 10$ তাহলে দেখান যে $x^2 - x + 11$ একটি মৌলিক সংখ্যা; যদি $x = 11$ হয় তা হলে দেখান যে $x^2 - x + 11$ একটি যৌগিক সংখ্যা।

d) If $a \equiv b \pmod{m}$ and $c \equiv d \pmod{m}$ then show that $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

যদি $a \equiv b \pmod{m}$ এবং $c \equiv d \pmod{m}$ হয় তাহলে দেখান যে $a + c \equiv b + d \pmod{m}$

e) Find $\varphi(260)$ where φ denotes the Euler's *phi* function.

φ যদি Euler -এর *phi* অপেক্ষক হয় তাহলে $\varphi(260)$ নির্ণয় করুন।

f) Determine the highest power of 2 dividing $(11010100)_2$.

2-এর সর্বাপেক্ষা বৃহৎ ঘাত কত হলে ঘাতসত 2 সংখ্যাটি $(11010100)_2$-কে সম্পূর্ণ রূপে বিভাজিত করবে ?

g) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$, for all $a, b, c \in B$ if $b + c = c + a$ and $b + a' = c + a'$ then prove that $b = c$.

$(B, +, \cdot, ')$ একটি বুলীয় বীজগণিত হলে, B -এর অন্তর্গত সমস্ত a, b, c -এর জন্য যদি $b + c = c + a$ এবং $b + a' = c + a'$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $b = c$

h) Find a closed form for the generating function for the following sequence.

$\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots,\}$

$\{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots,\}$ অনুক্রমটির কারক অপেক্ষকের বদ্ধ আকার নির্ণয় করুন।

19. Answer any *two* question : $2 \times 5 = 10$

যে কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Prove the following inequality by mathematical induction on n.

$2^{n+1} < 1 + (n+1)\, 2^n$ for all integers $n \geq 1$ 5

n-এর ওপর গাণিতিক আরোহ প্রয়োগ করে নিম্নলিখিত অসমতাটি প্রমাণ করুন

$2^{n+1} < 1 + (n+1)\, 2^n$ ($n \geq 1$ - যে কোনো পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য)

b) (i) Convert $(5554)_7$ from base 7 to decimal representation. 2

$(5554)_7$ সংখ্যাটির নিধান 7 কে পরির্তন করে দর্শামক রূপায়ণ নির্ণয় করুন।

(ii) Convert $(1001101001)_2$ from binary to hexadecimal. 3

$(1001101001)_2$ সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী থেকে ষোড়ষাঙ্গীতে রূপান্তরিত করুন।

c) Find the remainder when 10^{241} is divided by 7. 5

10^{241} সংখ্যাটিকে 7 দ্বারা ভাগ করে অবশিষ্ট সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

20. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন

a) If a is a positive integer such that $gcd\,(a, 429) = 1$, then prove that $a^{480} \equiv 1 (\text{mod}\, 429)$. 5

যদি a এমন একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হয় যার জন্য গ.সা.গু. $(a, 429) = 1$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $a^{480} \equiv 1 (\text{mod}\, 429)$

b) Is $(2\,3\,A\,E\,5)_{16}$ is divisible by 3 ? Explain. 5

$(2\,3\,A\,E\,5)_{16}$ কি 3 দ্বারা বিভাজ্য ? ব্যাখ্যা দিন ।

c) Find the correct check digit for the following ISBN :

81 — 203 — 0871 — 5

81 — 203 — 0871 — ISBN -টির জন্য শুদ্ধ যাচাই (digit check) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

21. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the correct check digit fo the following incomplete UPC

690274421142. 5

অসম্পূর্ণ UPC 690274421142- এর জন্য শুদ্ধ যাচাই - সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

b) The identification number of Mr. Roy's credit card is the following :

5368 2358 9683 1135

শ্রী রায় মহাশয়ের ক্রেডিট কার্ডের পরিচায়ক সংখ্যাটি (identification number) নিম্নে লিখিত হলে।

5368 2358 9683 1135

Is this credit a Master Card or Visa ?

এই কার্ডটি কি মাস্টার কার্ড অথবা ভিসা কার্ড ?

What is the Bank Number of this card ?

এই কার্ডটির ব্যাঙ্ক নম্বরটি কত ?

What is the account number of this card ?

এই কার্ডটির অ্যাকাউন্ট নম্বরটি কত ?

What is the check digit of this card ?

এই কার্ডটির যাচাই সংখ্যাটি কত ?

Is this identification number valid ?

এই পরিচায়ক সংখ্যাটি কি গ্রহণযোগ্য (valid) ?

c) Find a Round-Robin tournament schedule for 5 teams.

5 টি দলের একটি Round-Robin প্রতিযোগিতামূলক পঞ্জী নির্ণয় করুন।

22. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন।

a) For any Boolean algebra prove that

$(a+b)(b+c)(c+a) = ab+bc+ca$ for all $a, b, c \in B$ 5

যে কোনো বুলীয় বীজগণিতের জন্য প্রমাণ করুন যে

$(a+b)(b+c)(c+a) = ab+bc+ca$ (B-এর অন্তর্গত যে কোনো a, b, c -এর জন্য)।

b) Construct the truth tables for the following Boolean expressions :

(i) $x(y+x')$ (ii) $xy'+y(x'+z)$

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালার জন্য সত্যতা সারণী নির্ণয় করুন ঃ

(i) $x(y+x')$ (ii) $xy'+y(x'+z)$

c) Express the Boolean expression $(x+y)(x+y')(x'+z)$ in *DNF* in the variables x, z and also express it in *DNF* in the variables x, y, z. 5

$(x+y)(x+y')(x'+z)$ বুলীয় রাশিমালাকে x, z চলদ্বয়ের সাপেক্ষে *DNF* -এ প্রকাশ করুন। ঐ রাশিমালাকে x, y, z চলের সাপেক্ষেও *DNF* -এ প্রকাশ করুন।

23. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Determine whether the sequence $\left| \{a_n\}^{\infty}_{n=0} \right.$ is a solution of the recurrence relation $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ for all $n \geq 2$ where $a_n = 3n$ for every $n \geq 0$. Answer the same question where $a_n = 2^n$ for every $n \geq 0$. 5

সমস্ত পূর্ণসংখ্যা n , $n \geq 2$-এর জন্য একটি আবৃত্ত সম্বন্ধ $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ ($a_n = 3n$) দেওয়া আছে $\left| \{a_n\}^{\infty}_{n=0} \right.$ অনুক্রমটি এই সম্বন্ধের সমাধান কিনা তা নির্ণয় করুন। $a_n = 2^n$ সমস্ত $n \geq 0$ -এর জন্য হলে এই প্রশ্নের উত্তর দিন।

b) Find an explicit formula for the sequence defined by the following recurrence relation with initial condition : 5

$b_n = 2b_{n-1} + 1$ for all $n \geq 2$ with initial condition $b_1 = 7$.

যে কোনো $n \geq 2$-এর জন্য একটি আবৃত্ত সম্বন্ধ $b_n = 2b_{n-1} + 1$ দেওয়া আছে। এর প্রারম্ভিক শর্ত $b_1 = 7$; সম্ভাব্য অনুক্রমটির প্রত্যক্ষ সূত্র রূপায়িত করুন।

c) Solve the following difference equation together with the given initial condition : $a_n = -2a_{n-1} - 9$ for $n \geq 1$, $a_0 = 7$. 5

প্রারম্ভিক শর্তসহ নিম্নলিখিত অন্তর সমীকরণটি সমধান করুন ঃ

$a_n = -2a_{n-1} - 9$ ($n \geq 1$ -এর জন্য), $a_0 = 7$

24. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন।

a) Solve the following linear, homogeneous, difference equation with constant coefficient for the given initial condition.

$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ for $n \geq 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 5$. 5

নিম্নলিখিত রৈখিক, সমঘাত, ধ্রুবসহগযুক্ত অন্তর সমীকরণটির সমাধান প্রারম্ভিক শর্তসহ করুন ঃ

$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ ($n \geq 2$ -এর জন্য), $a_0 = 2$, $a_1 = 5$ ।

b) Using generating function solve the following recurrence relation :

$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ for $n \geq 2$ and $a_0 = 0$, $a_1 = 1$.

কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বদ্ধ সম্বন্ধটির সমাধান করুন ঃ

$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ ($n \geq 2$ -এর জন্য), $a_0 = 0$, $a_1 = 1$

c) Express a_n as a function of n where a_n satisfies the relation. 5

$a_n = 7a_{n-1} + 8$, $n \geq 1$, $a_0 = 12$

'a_n' যদি নিম্নলিখিত সম্বন্ধটির সিদ্ধতা সাধন করে

$a_n = 7a_{n-1} + 8$, $n \geq 1$, $a_0 = 12$, তাহলে a_n - কে n-এর অপেক্ষকরূপে প্রকাশ করুন।