West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2011

Part – III

MATHEMATICS — GENERAL

Paper - IV

Duration : 3 Hours [Maximum Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

Answer any *two* Groups from **Group-A, B** and **C**.

বিভাগ-ক, খ এবং গ-এর মধ্যে যে কোন দুইটি বিভাগের উত্তর দিন ।

GROUP – A

বিভাগ - ক

(Full Marks : 50)

(পূর্ণমান ঃ ৫০)

(Elements of Computer Science and Programming)

Answer any *five* questions.

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

1. a) State the Huntington Postulates which define a Boolean Algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$. Prove that for any two elements a and b of a Boolean Algebra $(a + b)' = a' \cdot b'$. 2 + 3

Huntington Postulates বিবৃত করুন যেটি একটি বুলীয় বীজগণিত $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ কে সংজ্ঞাত করে । প্রমাণ করুন যে, কোন বুলীয় বীজগণিতের যে কোন দুটি উপাদান a এবং b-এর জন্য $(a + b)' = a' \cdot b'$.

b) Explain what you understand by conjunctive normal form of a Boolean function. Write down the following Boolean function in full conjunctive normal form :

$$f(x, y, z) = \left(x'y + yz\right)' + y'.$$ 2 + 3

একটি বুলীয় অপেক্ষকের সংযোজক স্বভাবী আকার বলতে কি বোঝেন, ব্যাখ্যা করুন । নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটিকে পূর্ণ সংযোজক স্বভাবী আকারে লিখুন ঃ

$$f(x, y, z) = \left(x'y + yz\right)' + y'.$$

2. a) What is meant by different generations of computers and how they differ in usage ? 5

বিভিন্ন প্রজন্মের কম্পিউটার বলতে কি বোঝেন এবং ব্যবহারিক দিক থেকে তাদের মধ্যে পার্থক্য কি ?

b) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map :

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'.$$ 5

Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটিকে সরল করুন ঃ

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'.$$

3. a) Draw a circuit using only NAND gates that represents the Boolean function :

$$f(x, y, z) = x + yz.$$ 5

কেবলমাত্র NAND-দ্বারা ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটির সুইচ-বর্তনী অঙ্কন করুন ঃ

$$f(x, y, z) = x + yz.$$

b) Write short notes on any *two* : 5

নিম্নলিখিত যে কোন **দুটির** ওপর টীকা লিখুন ঃ

i) Primary memory and secondary memory

Primary স্মৃতি ও secondary স্মৃতি

ii) ASCII code

ASCII কোড

iii) C^{++}.

4. a) Write an efficient FORTRAN 77/90 program to find 100 !. 5

100 ! নির্ণয় করার জন্য একটি কার্যকর FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন ।

b) Write the following expressions in FORTRAN 77/90 : 5

FORTRAN 77/90-এ নিম্নলিখিত রাশিমালার রূপ লিখুন ঃ

i) $\sqrt{x^2 + \sec^{-1} x}$

ii) $\frac{x^n}{5!}$

iii) $\sin\left(\log\left(x^2 - a^2\right)\right)$

iv) $|x - y| + \sqrt{x^2 - yz}$

v) $e^{x^2 \cos x} + \tan^{-1} x.$

5. a) Draw a flow chart to find the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$. 5

$ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির বীজ নির্ণয়ের জন্য একটি flow chart অঙ্কন করুন ।

b) Write a BASIC program to evaluate $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x}\, dx$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule. 5

Simpson-এর এক-তৃতীয়াংশ সূত্রের মাধ্যমে $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x}\, dx$ এর মান নির্ণয়ের জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লিখুন ।

6. a) $\cos x$ is defined by the following series :

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{\pi^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$$

Design an algorithm to evaluate the above series up to $n\ (= n_0)$ given terms for a given value $x = x_0$. 5

নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণিটি দ্বারা $\cos x$ সংজ্ঞাত ঃ

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{\pi^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$$

$n\ (= n_0)$ পর্যন্ত প্রদত্ত পদের জন্য একটি প্রদত্ত মান $x = x_0$-তে উক্ত শ্রেণিটি মান নির্ণয়ের জন্য একটি অ্যালগোরিদম্ তৈরি করুন ।

b) If $f(x) = x + \sec^2 x,\ x \le -1$

$$= \frac{3x}{4} - 1,\ -1 < x < 1$$

$$= \frac{x^2}{2} + \sin 3x,\ x \ge 1.$$

Show how an IF-THEN-ELSE-ENDIF statement in FORTRAN 77/90 can be used to input the given function $f(x)$. 5

যদি $f(x) = x + \sec^2 x,\ x \le -1$

$$= \frac{3x}{4} - 1,\ -1 < x < 1$$

$$= \frac{x^2}{2} + \sin 3x,\ x \ge 1.$$

IF-THEN-ELSE-ENDIF উক্তির দ্বারা FORTRAN 77/90-তে $f(x)$ অপেক্ষকটি কিভাবে প্রকাশ করা যায় দেখান ।

7. a) Write a FORTRAN 77/90 to find the sum of two $m \times n$ matrices. 5

দুটি $m \times n$ ম্যাট্রিক্সের যোগফল নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন ।

b) Write a BASIC program to evaluate $\int_1^{2.5} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$ by Trapezoidal rule. 5

Trapezoidal সূত্রের সাহায্যে $\int_1^{2.5} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$-এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লিখুন ।

8. a) Draw a block diagram of a computer system and explain the function of its different components. 5

একটি পরিগণক ব্যবস্থার খসড়া চিত্র অঙ্কন করুন এবং এর বিভিন্ন উপাংশের কার্যাবলি বিবৃত করুন ।

b) Design a switching circuit connecting two wall switches and a light bulb in such a way that the bulb can be controlled independently by either of the switches. 5

দুটি দেওয়াল সুইচ এবং একটি আলোক বাল্বকে যুক্ত করে এমন একটি সুইচ বর্তনী গঠন করুন যাতে বাল্বটিকে যে কোন সুইচ দ্বারাই স্বাধীনভাবে নিয়ন্ত্রণ করা যায় ।

9. a) A function $f(x)$ is defined as

$$f(x) = 4x + 5, \quad x \le 2$$
$$= \log(x+2), \quad 2 < x < 4$$
$$= 6, \quad x \ge 4.$$

Write FORTRAN 77/90 subprogram for defining $f(x)$. 5

একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নরূপে সংজ্ঞাত ঃ

$$f(x) = 4x + 5, \quad x \le 2$$
$$= \log(x+2), \quad 2 < x < 4$$
$$= 6, \quad x \ge 4.$$

$f(x)$ সংজ্ঞাত করার জন্য FORTRAN 77/90 subprogram লিখুন ।

b) Explain the use of DIMENSION statement in FORTRAN 77/90. Write a program-segment in FORTRAN 77/90 to print a matrix $A = (a_{ij})_{3\times 4}$. 5

FORTRAN 77/90-তে DIMENSION উক্তির ব্যবহার ব্যাখ্যা করুন । ঐ ভাষায় একটি প্রোগ্রাম অংশ তৈরি করুন যার সাহায্যে $A = (a_{ij})_{3\times 4}$ এই ম্যাট্রিক্সটি লেখা যাবে ।

GROUP – B

বিভাগ - ক

(A Course of Calculus)

(Full Marks : 50)

(পূর্ণমান ঃ ৫০)

Answer Q. No. **10**, and any *four* question.

প্রশ্ন নং 10 এবং যে কোন চারটির উত্তর দিন ।

10. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the limit function of the sequence of function

$$f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2 x^2}, \; x \in \mathbb{R}$$

$f_n(x) = \dfrac{nx}{1 + n^2 x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, এই অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন ।

b) Show that a sequence of function $\{f_n\}$ defined by $f_n(x) = x^n$, $x \in [0, 1]$ is not uniformly convergent on $[0, 1]$.

দেখান যে $f_n(x) = x^n$, $x \in [0, 1]$ এই অনুক্রমটি $[0, 1]$-এর মধ্যে সমভাবে অভিসারী নয় ।

c) Find the radius of convergence of the power series $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$.

$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$ এই ঘাতশ্রেণির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন ।

d) Solve $ap + bq = 1$ where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ and a, b are constants.

সমাধান করুন $ap + bq = 1$ যেখানে $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ এবং a, b ধ্রুবক ।

e) Solve : $\frac{d^3 y}{dx^3} - 3\frac{d^2 y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} = 0$.

সমাধান করুন ঃ $\frac{d^3 y}{dx^3} - 3\frac{d^2 y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} = 0$.

f) Find particular integral y_p by the method of undetermined coefficients $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = xe^x$.

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = xe^x$ এই সমীকরণটির বিশেষ সমাকল y_p নির্ণয় করুন ।

g) Compute $L\left(e^{2t}\cos 5t\right)$.

$L\left(e^{2t}\cos 5t\right)$-এর মান নির্ণয় করুন ।

h) Find the Laplace transform of

$$\Gamma(t) = 2t^2 + 5t - 2, \quad t > 0.$$

$\Gamma(t) = 2t^2 + 5t - 2$, $t > 0$ এই অপেক্ষকটির ল্যাপলাস (Laplace) রূপান্তর নির্ণয় করুন ।

11. a) Show that the sequence of real-valued function $\{f_n\}$ defined by

$f_n(x) = \frac{nx}{1 + nx}$, $x \in [0, 1]$ converges pointwise to a function f on $[0, 1]$.

Show that f is not continuous on $[0, 1]$. Hence deduce that the convergence of $\{f_n\}$ is not uniform on $[0, 1]$. 2 + 1 + 2

দেখান যে $f_n(x) = \frac{nx}{1 + nx}$, $x \in [0, 1]$ এই অণুক্রমটি $[0, 1]$ এই অন্তরালে বিন্দুসাপেক্ষে (pointwise) অভিসারী, যেখানে f হল ওর সীমা অপেক্ষক । দেখান যে $[0, 1]$ অন্তরালে f অসন্তত । এর থেকে দেখান $\{f_n\}$ অনুক্রমটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয় ।

b) State Weierstrass M test in connection with uniform convergence of an infinite series of real-valued function defined on $[a, b]$ and apply it to prove that the series $\sum \frac{1}{n^3 + n^2 x^2}$ is uniformly convergent on $(-\infty, \infty)$. 2 + 3

অন্তরাল $[a, b]$ তে সংজ্ঞাত বাস্তব মান অপেক্ষক-এর অসীম শ্রেণির সমভাবে অভিসারিত্ব সংক্রান্ত Weierstrass-এর M পরীক্ষকটি বিবৃত করুন । এর প্রয়োগ করে দেখান যে $\sum \frac{1}{n^3 + n^2 x^2}$ শ্রেণিটি $(-\infty, \infty)$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী ।

12. a) Show that the series of function

$(1 - x) + x(1 - x) + x^2(1 - x) + \ldots$ converges in $[0, 1]$

but it does not converge uniformly in $[0, 1]$. 5

দেখান যে অপেক্ষকের শ্রেণি $(1 - x) + x(1 - x) + x^2(1 - x) + \ldots$, $[0, 1]$ অন্তরালে অভিসারী কিন্তু সমভাবে অভিসারী নয় ।

b) Assuming the power series expansion for

$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots \quad |x| < 1$

Show that $\log(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots, \quad -1 < x \leq 1$

and by using Abel's theorem deduce that $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots\ldots$. 3 + 2

$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots \quad |x| < 1$ বিস্তৃতি থেকে দেখান যে

$\log(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots\ldots, \quad -1 < x \leq 1$ এবং আবেল এর (Abel's) উপপাদ্যটি ব্যবহার করে দেখান যে $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots\ldots$.

13. a) Find the Fourier series expansion for $y = |x|$ in $[-\pi, \pi]$ and from it deduce that $\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots\ldots$. 4 + 1

$y = |x|$ অপেক্ষকটিকে $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে ফুরিয়র (Fourier) শ্রেণিতে বিস্তৃত করুন । এর থেকে দেখান যে $\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots\ldots$.

b) Find the Fourier series of the function

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & -\pi \le x \le 0 \\ \frac{\pi}{2} & 0 < x \le \pi \end{cases} \quad \text{in } [-\pi, \pi].$$ 5

$[-\pi, \pi]$ অন্তরালে নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়র (Fourier) শ্রেণিতে বিস্তৃত করুন

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & -\pi \le x \le 0 \\ \frac{\pi}{2} & 0 < x \le \pi \end{cases}$$

14. a) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 + \log x.$ 5

সমাধান করুন ঃ $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2 + \log x.$

b) Apply the method of variation of parameters, solve the differential equation

$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan 4x.$ 5

ভেদ প্রচলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan 4x.$

15. a) Using the method of undetermined coefficients solve

$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 5y = 2xe^x - e^{2x}.$ 5

অনির্ণীত সহগ (undetermined coefficients) পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 5y = 2xe^x - e^{2x}.$$

b) Solve : $\frac{dx}{dt} + 2x = y + e^t$

$\frac{dy}{dt} - 3y = x.$ 5

সমাধান করুন ঃ $\frac{dx}{dt} + 2x = y + e^t$

$\frac{dy}{dt} - 3y = x.$

16. a) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation

$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0\ (\lambda > 0)$ with $y(0) = 0,\ \frac{dy}{dx} = 0$ at $x = \pi$. 5

$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0\ (\lambda > 0)$ অবকল সমীকরণের আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করুন যেখানে যেখানে সীমা শর্তগুলি হল $y = 0$ যখন $x = 0$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ যখন $x = \pi$ ।

b) Solve the following partial differential equation by Lagrange method :

$(x + 2z)p + (4zx - y)q = 2x^2 + y$ where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ এবং $q = \frac{\partial z}{\partial y}$. 5

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange-এর পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন ঃ

$$(x + 2z)p + (4zx - y)q = 2x^2 + y$$

যেখানে $p = \frac{\partial z}{\partial x}$ এবং $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ ।

17. a) If $L^{-1}\{\Gamma(s)\} = f(t)$, then prove that

$L^{-1}\{\Gamma(as)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right)\ a \neq 0,\ s > 0.$

If $\Gamma(s) = \frac{s}{(s-a)(s-b)}\ (a \neq b)$ find $f(t)$ where $f(t) = L^{-1}\{\Gamma(s)\}$.

2 + 3

যদি $L^{-1}\{\Gamma(s)\} = f(t)$ তবে প্রমাণ করুন

$L^{-1}\{\Gamma(as)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right)\ a \neq 0,\ s > 0.$

যদি $\Gamma(s) = \frac{s}{(s-a)(s-b)}\ (a \neq b)$ $f(t)$ এর মান নির্ণয় করুন যেখানে

$f(t) = L^{-1}\{\Gamma(s)\}$.

b) Solve the following intial value problem by Laplace transformation : 5

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{-t}$$

where $y(0) = -1,\ y'(0) = 1.$

ল্যাপলাস (Laplace)-এর রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নপ্রদত্ত intial value problem-এর সমাধান করুন ঃ

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{-t}$$

যেখানে $y(0) = -1,\ y'(0) = 1.$

GROUP – C

বিভাগ - গ

(Discrete Mathematics)

(Full Marks : 50)

(পূর্ণমান ঃ ৫০)

Answer Q. No. **18** and any *four* questions.

১৮ নং প্রশ্ন এবং চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

18. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Let a, b, c be integers such that $a \neq 0$. If $a \mid b$ and $a \mid c$, then prove that $a \mid ax + by$ for any integers x, y.

যদি a, b, c পূর্ণসংখ্যা হয় যেখানে $a \neq 0$ । যদি $a \mid b$ এবং $a \mid c$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন $a \mid ax + by$ যেখানে x এবং y যে কোন পূর্ণসংখ্যা ।

b) If a, b, c are positive integers such that $gcd(a, bc) = 1$, then prove that $gcd(a, b) = 1 = gcd(a, c)$.

যদি a, b, c ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যেখানে $gcd(a, bc) = 1$, তাহলে প্রমাণ করুন যে $gcd(a, b) = 1 = gcd(a, c)$.

c) Let n be a positive integer. Define hexadecimal representation and octal representation of n.

ধরুন n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা । n-এর ষোড়শাঙ্গী প্রতিরূপ এবং অষ্টকী প্রতিরূপের সংজ্ঞা লিখুন ।

d) Determine which of the following integers are primes :

i) 287 ii) 271.

নীচের পূর্ণসংখ্যাগুলির মধ্যে কোন্‌টি মৌলিক সংখ্যা নির্ধারণ করুন ঃ

i) 287 ii) 271.

e) Determine whether each one of the following is true or false :

i) $50 \equiv 13 \pmod 7$ ii) $-35 \equiv 3 \pmod 4$

নিম্নলিখিত উক্তিগুলি সত্য অথবা মিথ্যা কিনা যুক্তিসহকারে বলুন ঃ

i) $50 \equiv 13 \pmod 7$ ii) $-35 \equiv 3 \pmod 4$

f) State 'Fermat's Little Theorem'.

'Fermat's-এর Little উপপাদ্যটি' বিবৃত করুন ।

g) Find $\varphi(191)$ where φ denotes the Euler's phi function.

$\varphi(191)$ নির্ণয় করুন (φ হল Euler-এর phi অপেক্ষক) ।

h) Find a recurrence relation for the sequence $S : 2, 6, 10, 14, \ldots\ldots$.

নিম্নলিখিত অনুক্রমটির জন্য একটি আবৃত্ত সম্পর্ক নির্ণয় করুন ঃ

$S : 2, 6, 10, 14, \ldots$.

19. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Use mathematical induction to prove the following : 5

$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ for any positive integer n.

গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখান যে $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$, সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্য ।

b) i) Find the *gcd* of the integers 723 and 45 and also find s and t such that $gcd(723, 45) = 723s + 45t$. 3

723 এবং 45 পূর্ণসংখ্যাদুটির *gcd* নির্ণয় করুন । s এবং t নির্ণয় করুন যাতে $gcd(723, 45) = 723s + 45t$ হয় ।

ii) Convert $(8F5)_{16}$ from hexadecimal to binary notation. 2

$(8F5)_{16}$ এই ষোড়শাঙ্গী সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী রাশিতে প্রকাশ করুন ।

c) Find all solutions of the Diophantine equation $3x + 2y = 6$. 5

Diophantine সমীকরণ $3x + 2y = 6$-টির সমাধান নির্ণয় করুন ।

20. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Define prime number. Prove that every integer $n \geq 2$ has a prime factor. 1 + 4

মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দিন । প্রমাণ করুন যে $n \geq 2$ যে কোনো একটি পূর্ণসংখ্যা হলে n-এর মৌলিক উৎপাদক বর্তমান ।

b) i) If n is a positive integer such that $n^3 + 1$ is a prime, then prove that $n = 1$. 3

যদি n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যাতে $n^3 + 1$ হবে মৌলিক । তাহলে প্রমাণ করুন $n = 1$.

ii) If $a \equiv b \pmod{m}$ then prove that

$a^n \equiv b^n \pmod{m}$, for any positive integer n. 2

যদি $a \equiv b \pmod{m}$ হয় তাহলে প্রমাণ করুন

$a^n \equiv b^n \pmod{m}$, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ।

c) What is the remainder when 7^{30} is divided by 4 ? 5

7^{30} কে 4 দ্বারা ভাগ করলে, ভাগশেষ কত হবে নির্ণয় করুন ।

21. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) i) Let first 9 digit of the ISBN of a particular book be 0 – 673 – 38582. Then find the check digit. 3

একটি বই-এর ISBN-সংখ্যার প্রথম নটি অঙ্ক 0 – 673 – 38582 । সংখ্যাটির সঠিক যাচাই সংখ্যা (Check digit) নির্ণয় করুন ।

ii) Determine whether the following ISBN is valid :

নিম্নলিখিত ISBN-সংখ্যাটি বৈধ (valid) কিনা নির্ণয় করুন ঃ

81 – 213 – 0871 – 9. 2

b) Set up a Round-Robin tournament for 8 teams. 5

আটটি দল অংশ গ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করুন ।

c) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem : 5

Chinese ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নিম্নলিখিত congruence-গুলির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন ঃ

$x \equiv 1 \pmod 4$

$x \equiv 3 \pmod 7$

$x \equiv 5 \pmod{11}$

22. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Define a 'Boolean Algebra'. Give an example of a Boolean Algebra with two elements. 2 + 3

'বুলীয় অ্যালজেবরা'-র সংজ্ঞা দিন । দুই সদস্য বিশিষ্ট একটি 'বুলীয় অ্যালজেবরা'র উদাহরণ দিন ।

b) A function f is defined by $f(x, y, z) = yz + y'z'$. Find the DNF and CNF of $f(x, y, z)$. 5

$f(x, y, z) = yz + y'z'$ একটি অপেক্ষক $f(x, y, z)$-এর CNF এবং DNF নির্ণয় করুন ।

c) In a Boolean Algebra $(B, +, \cdot, ')$ prove that

i) $a + a \cdot b = a, \ \forall a, b \in B$

ii) $(a + b)' = a' \cdot b', \ \forall a, b \in B.$

একটি 'বুলীয় অ্যালজেবরা' $(B, +, \cdot, ')$ তে নিম্নলিখিত বক্তব্যগুলি প্রমাণ করুন ঃ

i) $a + a \cdot b = a, \ \forall a, b \in B$

ii) $(a + b)' = a' \cdot b', \ \forall a, b \in B.$ 2 + 3

23. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Construct a logic circuit corresponding to the Boolean expression

$x(y' + z) + y.$ 5

বুলীয় রাশিমালা $x(y' + z) + y$-এর যৌক্তিক বর্তনী গঠন করুন ।

b) Find a switching circuit which realizes the Boolean expression

$x(y(z + w) + z(u + v)).$ 5

বুলীয় রাশিমালা $x(y(z + w) + z(u + v))$ দ্বারা উপলব্ধ সুইচ বর্তনীটি অঙ্কন করুন ।

c) Construct a switching table for the switching function represented by the following Boolean expression :

$xy + z(xy' + x'y).$ 5

বুলীয় রাশিমালা $xy + z(xy' + x'y)$ দ্বারা প্রকাশিত সুইচ অপেক্ষকটির সুইচ সারণী নির্ণয় করুন ।

24. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find an explicit formula for the sequence defined by the recurrence relation

$a_n = a_{n-1} + 4$, for all $n \geq 2$ with $a_1 = 2$. 5

$a_n = a_{n-1} + 4$, $\forall\ n \geq 2$ with $a_1 = 2$ এই আবৃত্ত সম্পর্কটি দ্বারা নির্ধারিত অনুক্রমটির একটি প্রত্যক্ষ সূত্র নির্ণয় করুন ।

b) A sequence $\{a_n\}$ is defined recursively by $a_1 = 1$, and for $n > 1$,

$a_n = 3a_{n-1} + 1$. Write down the first five terms of the sequence. Guess a formula for a_n and prove that your guess is correct. 5

$a_n = 3a_{n-1} + 1$, $\forall\ n > 1$, $a_1 = 1$-এই আবৃত্ত সম্পর্কটি দ্বারা নির্ধারিত হয়েছে একটি অনুক্রম $\{a_n\}$ । এই অনুক্রমটির প্রথম পাঁচটি পদ লিখুন । a_n -এর একটি সূত্র অনুমান করুন এবং প্রমাণ করুন যে আপনার অনুমান সত্য ।

c) Using generating functions solve the recurrence relation :

$a_n = 3a_{n-1} + 2$, for all $n \geq 1$, $a_0 = 2$. 5

কারক অপেক্ষকের সাহায্যে নিম্নোক্ত আবৃত্ত সম্পর্কটির সমাধান নির্ণয় করুন ঃ

$a_n = 3a_{n-1} + 2$, $\forall\ n \geq 1$, $a_0 = 2$.