West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2011

PART – I

MATHEMATICS — GENERAL

Paper – I

Duration : 3 Hours] [Full Marks : 100

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

The figures in the margin indicate full marks.

উত্তর যথাসম্ভব নিজের ভাষায় লেখা বাঞ্ছনীয়।

প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

GROUP – A

বিভাগ – ক

[Full Marks : 25]

[পূর্ণমান : 25]

Answer Question No. **1** and any *two* from the rest.

১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Show that the points $3 - 4i$, $-3 + 4i$ and $6 - 8i$ in the Argand plane are collinear.

দেখান যে আরগ চিত্রে $3 - 4i$, $-3 + 4i$ এবং $6 - 8i$ বিন্দুত্রয় সমরেখ।

ii) If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + px + q = 0$, find the value of $\sum \frac{1}{\beta + \gamma}$.

$x^3 + px + q = 0$ সমীকরণটির বীজগুলি α, β, γ হলে $\sum \frac{1}{\beta + \gamma}$ এর মান নির্ণয় করুন।

iii) Express $\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ as a single matrix

$\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ কে একটি একক ম্যাট্রিক্স আকারে প্রকাশ করুন।

b) Answer any one question $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) If $f(x) = 3x^3 + x^2 - 4x - 2$, find $f(x)$ as a polynomial in $(x-2)$.

যদি $f(x) = 3x^3 + x^2 - 4x - 2$ হয়, তবে $f(x)$ কে $(x-2)$ বহুপদ রাশিমালার আকারে প্রকাশ করুন।

ii) Solve the equation : $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ c & x+b & a \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$

সমাধান করুন : $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ c & x+b & a \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = 0$

iii) Show that the matrix $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ is orthogonal.

দেখান যে $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি লম্ব ম্যাট্রিক্স।

2. a) If $x_r = \cos\frac{\pi}{2^r} + i\sin\frac{\pi}{2^r}$, prove that $x_1 x_2 x_3 \ldots$ to infinity $= -1$.

যদি $x_r = \cos\frac{\pi}{2^r} + i\sin\frac{\pi}{2^r}$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে, $x_1 x_2 x_3 \ldots$ অসীম পর্যন্ত $= -1$

b) Express $\log(1+i)$, $i = \sqrt{-1}$ in the form of $A + iB$ were A and B are real numbers.

$\log(1+i)$, $i = \sqrt{-1}$ কে $A + iB$ আকারে প্রকাশ করুন যেখানে A এবং B বাস্তব সংখ্যা।

c) Find the values of the expression $(1-i)^{\frac{1}{3}}$ 3 + 3 + 4

$(1-i)^{\frac{1}{3}}$ এই রাশিটির মানগুলি নির্ণয় করুন।

3. a) If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$, find the equation whose roots are $\alpha(\beta+\gamma)$, $\beta(\gamma+\alpha)$ and $\gamma(\alpha+\beta)$.

যদি $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ সমীকরণটির বীজগুলি α, β, γ হয়, তবে যে সমীকরণটির বীজগুলি $\alpha(\beta+\gamma)$, $\beta(\gamma+\alpha)$ এবং $\gamma(\alpha+\beta)$ তা নির্ণয় করুন।

b) Solve by Cardan's method : $x^3 - 18x - 35 = 0$ 5 + 5

কার্ডন পদ্ধতিতে সমাধান করুন : $x^3 - 18x - 35 = 0$

4. a) Prove that $\begin{vmatrix} 2bc-a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ca-b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab-c^2 \end{vmatrix} = \left(a^3+b^3+c^3-3abc\right)^2$

প্রমাণ করুন $\begin{vmatrix} 2bc\ a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ca\ b^2 & a^2 \\ b^2 & 2ab\ c^2 & \end{vmatrix} = \left(a^3+b^3+c^3\ 3abc\right)^2$

b) Express $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix.

$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটিকে একটি প্রতিসম ও একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের যোগফল আকারে প্রকা করুন।

c) Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$. 4 + 4 + 2

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা নির্ণয় করুন।

5. a) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 5A + 7I = 0$, where I is 2nd order unit matrix and 0 is null matrix of same order. Hence show that $A^{1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে $A^2 - 5A + 7I = 0$, যেখানে I হল দ্বিতীয় ক্রমের একসম ম্যাট্রিক্স এবং 0 হল দ্বিতীয় ক্রমের শূন্য ম্যাট্রিক্স। অতঃপর দেখান যে, $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$।

b) Show that for two non-singular matrices A and B of same order $(AB)^{1} = B^{1} \cdot A^{1}$.

দেখান যে, A ও B দুটি সমান ক্রমের non-singular ম্যাট্রিক্স-এর জন্য $(AB)^{1} = B^{-1} \cdot A^{1}$।

c) If $A + B = 2B^T$ and $3A + 2B = I_3$ then determine two matrices A and B; I_3 is the 3rd order unit matrix. 5 + 2 + 3

যদি $A + B = 2B^T$ এবং $3A + 2B = I_3$ হয় তবে A ও B ম্যাট্রিক্সদ্বয় নির্ণয় করুন; I_3 হল তৃতীয় ক্রমের একসম ম্যাট্রিক্স।

GROUP – B

বিভাগ – খ

(Analytical Geometry of Two Dimensions)

(দ্বিমাত্রিক জ্যামিতি)

[Full Marks : 15]

[পূর্ণমান : 15]

Answer Question No. **6** and any *one* from the rest.

৬নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any *one* question $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন

a) Find the angle through which the axes must be turned so that the equation $lx + my + n = 0$, $l \neq 0$ may reduce to the form $ax' + b = 0$.

অক্ষদ্বয়কে কত কোণে আবর্তন করলে $lx + my + n = 0$, $l \neq 0$ সমীকরণটি $ax' + b = 0$ আকার নেয় ?

b) Find the acute angle between the pair of lines $6x^2 - 5xy + y^2 = 0$.

$6x^2 - 5xy + y^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্মকোণটি কত ?

c) Find the polar coordinates of the centre of the circle $r = 4\cos\theta$.

$r = 4\cos\theta$ বৃত্তের কেন্দ্রের মেরু স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন।

7. a) Reduce the equation $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ into its canonical form and identify the conic. 5 + 1

$6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শ আকারে পরিণত করুন এবং তা কি প্রকৃতির কণিক সূচিত করে লিখুন।

b) If $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$ touches $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$, then show that $(A - e)^2 + B^2 = 1$. 6

যদি $\frac{l}{r} = A\cos\theta + B\sin\theta$ সরলরেখা $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ কে স্পর্শ করে, তবে দেখান যে $(A - e)^2 + B^2 = 1$ ।

8. a) If pairs of lines $x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ and $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ be such that each pair bisects the angles between the other pairs, prove that $pq + 1 = 0$. 4

$x^2 - 2pxy - y^2 = 0$ এবং $x^2 - 2qxy - y^2 = 0$ সরলরেখা জোড়াগুলি এরূপ যে প্রতিটি জোড়া অপরটির অন্তর্গত কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক। দেখান যে $pq + 1 = 0$ ।

b) If $ax^2 + 2hxy + by^2$ transforms into $Ax^2 + 2Hxy + By^2$ under rotation of axes then show that $a + b = A + B$. 3

অক্ষদ্বয় আবর্তনের ফলে যদি $ax^2 + 2hxy + by^2$ রাশিটি $Ax^2 + 2Hxy + By^2$ রাশিটিতে পরিবর্তিত হয়, তবে দেখান যে $a + b = A + B$ ।

c) Show that the polar of any point on the circle $x^2+y^2-2ax-3a^2=0$ with respect to the circle $x^2+y^2+2ax-3a^2=0$ will be tangent to $y^2+4ax=0$. 5

দেখান যে $x^2+y^2+2ax-3a^2=0$ বৃত্তের সাপেক্ষে $x^2+y^2-2ax-3a^2=0$ বৃত্তটির উপরিস্থ যে কোন বিন্দুর পোলার, $y^2+4ax=0$ অধিবৃত্তের স্পর্শক হবে।

GROUP – C

বিভাগ – গ

[Full Marks : 15]

[পূর্ণমান : 15]

9. Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ are three vectors of which every pair is non-collinear. If the vectors $\alpha+\beta$ and $\vec{\beta}+\vec{\gamma}$ are collinear with γ and α respectively then prove that $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$.

$\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ভেক্টর তিনটি পরস্পর অসমরেখ। যদি $\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ এবং $\beta+\gamma$ ভেক্টর দুটি ক্রমানুসারে $\vec{\gamma}$ ও $\vec{\alpha}$ ভেক্টরের সঙ্গে সমরেখ হয় তবে প্রমাণ করে দেখান যে $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$

b) Determine the vector of magnitude 4 perpendicular to both $\vec{\alpha}=4\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ and $\vec{\beta}=2\hat{i}-6\hat{j}-3\hat{k}$.

$\vec{\alpha}=4\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\vec{\beta}=2\hat{i}-6\hat{j}-3\hat{k}$ উভয়ের সঙ্গে লম্ব এবং মান 4 বিশিষ্ট ভেক্টরটি নির্ণয় করুন।

c) Find the work done by the force $\vec{F}=-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ whose point of application is given a displacement from the point $A(2,-1,-2)$ to the point $B(-1,-2,3)$.

$A(2,-1,-2)$ বিন্দুটিকে $B(-1,-2,3)$ পর্যন্ত সরাতে $F=-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ বলটির দ্বারা কৃত কার্য নির্ণয় করুন।

10. Answer any *three* questions : $3 \times 4 = 12$

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন

a) In a parallelogram $PQRS$ prove that $\overline{PR}-\overline{QS}=2\overline{PQ}$.

$PQRS$ একটি সামান্তরিক। প্রমাণ করুন যে $PR-QS=2PQ$।

b) If $\vec{\alpha}\neq\vec{0}$, $\vec{\alpha}.\vec{\beta}=\vec{\alpha}.\vec{\gamma}$ and $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\vec{\alpha}\times\vec{\gamma}$ hold simultaneously, then show that $\vec{\beta}=\vec{\gamma}$.

$\vec{\alpha}\neq\vec{0}$, $\vec{\alpha}.\vec{\beta}=\vec{\alpha}.\vec{\gamma}$ এবং $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\vec{\alpha}\times\vec{\gamma}$ হলে দেখান যে, $\vec{\beta}=\vec{\gamma}$।

c) Prove by vector method that the diagonals of a parallelogram bisect each other.

ভেক্টর পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ করুন যে একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

d) Prove that $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{0}$. Under what condition $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}=\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})$?

প্রমাণ করুন যে $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\times(c\times a)+\vec{c}\times(a\times b)=\vec{0}$। $(a\times b)\times\vec{c}=\vec{a}\times(b\times c)$ হওয়ার শর্তটি নির্ণয় করুন।

e) A force $\vec{F} = (2, 3, 5)$ is applied at the point $P(4, 2, -3)$. Find the magnitude and the direction of the moment of this force about the point $Q(2, 3, 6)$.

$P(4, 2, -3)$ বিন্দুতে $\vec{F} = (2, 3, 5)$ বলটি প্রয়োগ করা হয়। $Q(2, 3, 6)$ বিন্দুটির সাপেক্ষে $\vec{F}$ বলটির ভ্রামকের মান ও direction নির্ণয় করুন।

GROUP – D

বিভাগ – ঘ

[Full Marks : 25]

[পূর্ণমান : 25]

Answer Question No. **11** and any *two* from the rest.

১১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. a) Answer any *one* question $1 \times 2 = 2$

i) Determine the domain of definition of $f(x) = \overline{\log\left(\frac{5x - x^2}{4}\right)}$.

ii) Examine the continuity of $f(x) = \begin{cases} 5x - 4; & 0 < x < 1 \\ 4x^2 - 3x; & 1 \le x < 2 \\ 3x + 4; & x \ge 2 \end{cases}$ at $x = 2$

iii) Find the radius of curvature of the curve $xy = 12$ at $(3, 4)$.

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) $f(x) = \overline{\log\left(\frac{5x - x^2}{4}\right)}$ এর সংজ্ঞার অঞ্চল নির্ণয় করুন।

ii) $f(x) = \begin{cases} 5x - 4; & 0 < x < 1 \\ 4x^2 - 3x; & 1 \le x < 2 \\ 3x + 4; & x \ge 2 \end{cases}$

অপেক্ষকটি $x = 2$ বিন্দুতে সন্তত কিনা পরীক্ষা করুন।

iii) $xy = 12$ বক্রের $(3, 4)$ বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

b) Answer any *one* question $1 \times 3 = 3$

i) If $H = f(y - z, z - x, x - y)$, prove that $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$.

ii) If $y = x^{n-1} \log x$, show that $y_n = \frac{(n-1)!}{x}$.

iii) Find the coordinates of the points on the curve $y = x^3 - 6x + 7$ where the tangent is parallel to $y = 6x + 1$.

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) যদি $H = f(y-z, z-x, x-y)$ হয়, তবে প্রমাণ করুন $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$ ।

ii) যদি $y = x^{n-1} \log x$ হয়, তবে দেখান যে $y_n = \frac{(n-1)!}{x}$ ।

iii) $y = x^3 - 6x + 7$ বক্ররেখাটির যেসব বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক $y = 6x + 1$ সরলরেখার সাথে সমান্তরাল, সেই বিন্দুগুলি নির্ণয় করুন।

12. a) If $y = e^{m \sin^{-1} x}$ then prove that $\left(1-x^2\right) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$ and hence that $\left(1-x^2\right) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} - \left(n^2 + m^2\right) y_n = 0$ 2 + 3

যদি $y = e^{m \sin^{1} x}$ হয় তবে দেখান যে $\left(1-x^2\right) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$ এবং তা থেকে প্রমাণ করুন $\left(1-x^2\right) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} - \left(n^2 + m^2\right) y_n = 0$

b) Show that the pedal equation of $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ with respect to a focus as pole is $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$ 5

দেখান যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তটির, নাভিকে মেরু ধরে তার সাপেক্ষে, পাদ সমীকরণ $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$ হবে।

13. a) Show that at any point of the curve $by^2 = (x+a)^3$, the subnormal varies as the square of the subtangent. 5

দেখান যে $by^2 = (x+a)^3$ বক্ররেখাটির যে কোন বিন্দুতে উপঅভিলম্ব উপস্পর্শকের বর্গের সাথে সরলভেদে থাকে।

b) Show that the radius of curvature at any point (r, θ) on the curve $r = a(1 - \cos\theta)$ varies as $\sqrt{r}$. 5

দেখান যে $r = a(1-\cos\theta)$ বক্ররেখাটির (r, θ) বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ $\sqrt{r}$-এর সাথে সরলভেদে থাকে।

14. a) If $u = \log r$ and $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, prove that $r^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 1$. 5

যদি $u = \log r$ এবং $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে $r^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 1$।

b) Show that the function $f(x,y) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x} + y\sin\frac{1}{y}, & xy \neq 0 \\ 0, & x = 0 \text{ or } y = 0 \end{cases}$ is continuous at $(0, 0)$. 5

দেখান যে $f(x,y) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x} + y\sin\frac{1}{y}, & xy \neq 0 \\ 0, & x = 0 \text{ or } y = 0 \end{cases}$ $(0, 0)$ বিন্দুতে সন্তত।

15. a) If $u(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, $x \neq y$, apply Euler's theorem to find the value of $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ and hence show that

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \left(1 - 4\sin^2 u\right)\sin 2u.$$

Assume $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$. 5

যদি $u(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, $x \neq y$ হয় তবে Euler-এর উপপাদ্য ব্যবহার করে $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$-এর মান নির্ণয় করুন। অতঃপর দেখান যে,

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \left(1 - 4\sin^2 u\right)\sin 2u$$

ধরে নিন $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$।

b) Given $f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - x, & 1 \leq x \leq 2 \\ x - \frac{\ }{2}, & 2 < x \end{cases}$, examine the differentiability of $f(x)$ at $x = 1$.

State with reasons whether f is continuous at $x = 1$. 4 + 1

$$f(x)=\begin{cases} 1+x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1\le x\le 2 \\ x-\dfrac{x^2}{2}, & 2<x \end{cases}$$ অপেক্ষকটি $x=1$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য কিনা পরীক্ষা করুন।

যুক্তিসহ বলুন অপেক্ষকটি $x=1$ বিন্দুতে সন্তত কিনা।

GROUP – E

বিভাগ – ঙ

[Full Marks : 10]

[পূর্ণমান : 10]

16. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) If a function $f(x)$ is periodic with period T, then prove that $\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x)\,dx$, n is an integer.

যদি $f(x)$ T পর্যায়কাল বিশিষ্ট একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হয় তবে প্রমাণ করুন যে, $\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x)\,dx$, n পূর্ণসংখ্যা।

b) Evaluate : $\int_2^4 \{|x-2|+|x-3|\}\,dx$

মান নির্ণয় করুন : $\int_2^4 \{|x-2|+|x-3|\}\,dx$

c) Evaluate : $\int \frac{e^x}{x}(1+x\log x)\,dx$

মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{e^x}{x}(1+x\log x)\,dx$

17. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Show that $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} = \frac{\pi}{8}\log 2$

দেখান যে $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} = \frac{\pi}{8}\log 2$

b) Evaluate : $\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

c) Evaluate : $\int \frac{x \, dx}{(1+x)(1+x^2)}$

মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{x \, dx}{(1+x)(1+x^2)}$

d) Find the value of $\underset{n \to \infty}{Lt} \left\{ \left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1+\frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$

মান নির্ণয় করুন : $\underset{n \to \infty}{Lt} \left\{ \left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1+\frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$

GROUP – F

বিভাগ – চ

[Full Marks : 10]

[পূর্ণমান : 10]

18. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Find the differential equation of all parabolas having their axes parallel to y-axis.

যে সমস্ত অধিবৃত্তের অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল তাদের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।

b) Show that the curve for which the normal at every point passes through the origin is a circle.

দেখান যে, যে বক্রের প্রতিটি বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্ব মূলবিন্দুগামী তা একটি বৃত্ত।

c) Examine whether the equation $(2x^3+4y)\,dx+(4x+y-1)\,dy=0$ is exact.

$(2x^3+4y)\,dx+(4x+y-1)\,dy=0$ সমীকরণটি exact কিনা পরীক্ষা করুন।

19. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Solve : $\cos y \, dx + \left(1 + e^{-x}\right) \sin y \, dy$, when $x = 0$, $y = \frac{\pi}{4}$.

সমাধান করুন : $\cos y \, dx + \left(1 + e^{-x}\right) \sin y \, dy$, যখন $x = 0$, $y = \frac{\pi}{4}$ ।

b) Solve : $\left(y^4 + 2x\right) dy - y \, dx = 0$

সমাধান করুন : $\left(y^4 + 2x\right) dy - y \, dx = 0$

c) Solve : $y + px = p^2 x^4 \quad \left[p = \frac{dy}{dx} \right]$

সমাধান করুন : $y + px = p^2 x^4 \quad \left[p = \frac{dy}{dx} \right]$

d) Solve : $y(1 + xy) \, dx + x(1 - xy) \, dy = 0$

সমাধান করুন : $y(1 + xy) \, dx + x(1 - xy) \, dy = 0$