West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2013

Part – I

MATHEMATICS — GENERAL

Paper - I

Duration : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক ।

GROUP - A

বিভাগ - ক

(CLASSICAL ALGEBRA)

(ক্লাসিক্যাল বীজগণিত)

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান ঃ 25)

Answer Question No. **1** and any *two* from the rest.

১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

1. a) Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) Simplify : $(1 - i)\left(1 - \frac{1}{i}\right)$.

সরলীকরণ করুন ঃ $(1 - i)\left(1 - \frac{1}{i}\right)$.

ii) Form an equation of lowest degree with rational coefficients having $\left(\sqrt{2} - 1\right)$ and -3 as two of its roots.

সর্বনিম্ন degree-র একটি সমীকরণ গঠন করুন যার দুটি বীজ $\left(\sqrt{2} - 1\right)$ এবং -3 এবং সহগগুলি মূলদ সংখ্যা ।

iii) For any square matrix A, show that $A + A^T$ is symmetric.

A একটি square ম্যাট্রিক্স হলে, দেখান যে $A + A^T$ প্রতিসম ।

b) Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) If $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 6$, find $f(x)$ as a polynomial in $(x + 1)$.

যদি $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 6$ হয়, তবে $f(x)$-কে $(x + 1)$ বহুপদ রাশিমালার আকারে প্রকাশ করুন ।

ii) Solve the equation :

$$\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0.$$

সমীকরণটি সমাধান করুন ঃ $\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0.$

iii) Give an example to show that $AB \neq BA$, where A, B are non-null matrices.

একটি উদাহরণের সাহায্যে দেখান যে, $AB \neq BA$, যেখানে A, B শূন্য ম্যাট্রিক্স নয় ।

2. a) Prove that if α, β, γ are reals and $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$ and $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$, then $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$, $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$. 5

যদি α, β, γ বাস্তব সংখ্যা হয় এবং $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$ ও $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$ হয়, তবে দেখান যে,

$\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$,

$\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$.

b) If $u + iv = \tan(x + iy)$, show that $u^2 + v^2 + 2u\cot 2x = 1$. Also prove that $u^2 + v^2 + 1 - 2v\coth 2y = 0$. 5

যদি $u + iv = \tan(x + iy)$ হয়, তবে দেখান যে, $u^2 + v^2 + 2u\cot 2x = 1$ । আরও দেখান যে $u^2 + v^2 + 1 - 2v\coth 2y = 0$.

3. a) If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + 3x + 1 = 0$, find the equation whose roots are $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}$ and $\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}$. 5

যদি α, β, γ, $x^3 + 3x + 1 = 0$ সমীকরণটির বীজ হয়, তবে এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় করুন যার বীজগুলি $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}$ এবং $\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{\gamma}$.

b) Solve by Cardon's method : $x^3 - 18x - 35 = 0$. 5

কার্ডন পদ্ধতিতে সমাধান করুন ঃ $x^3 - 18x - 35 = 0$.

4. a) Prove that $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$. 5

প্রমাণ করুন যে $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$.

b) Solve by Cramer's rule :

$$3x + y + z = 4$$
$$x - y + 2z = 6$$
$$x + 2y - z = -3.$$ 5

Cramer-এর নিয়মে সমাধান করুন ঃ

$$3x + y + z = 4$$
$$x - y + 2z = 6$$
$$x + 2y - z = -3.$$

5. a) Express the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrices. 4

$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটিকে একটি প্রতিসম ও একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের যোগফল আকারে প্রকাশ করুন ।

b) Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ and hence solve the equations :

$$5x + 3y = 2 \; ; \; -2x + 2y = 1.$$ 4

$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে সঙ্গে দেওয়া সমীকরণগুলির সমাধান করুন ঃ

$$5x + 3y = 2 \; ; \; -2x + 2y = 1.$$

c) Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$. 2

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা নির্ণয় করুন ।

GROUP - B

বিভাগ - খ

(Full Marks : 15)

(পূর্ণমান ঃ 15)

Answer Question No. **6** and any *one* from the rest.

৬ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

6. Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the angle of rotation of the axes about the origin which transforms the equation $x^2 - y^2 = 4$ to $x'y' = 2$.

মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অক্ষদ্বয়কে কত কোণে আবর্তন করলে $x^2 - y^2 = 4$ সমীকরণটি $x'y' = 2$ সমীকরণের আকার নেয় ।

b) Find the angle between the pair of straight lines represented by the equation $3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$.

$3x^2 - 10xy + 3y^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান নির্ণয় করুন ।

c) Find the rectangular Cartesian co-ordinates of the point whose polar co-ordinate is $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$.

যে বিন্দুর মেরু-স্থানাঙ্ক $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$, তার কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন ।

7. a) Reduce the equation $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$ to its canonical form and find the nature of the conic. 5 + 1

$5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$ সমীকরণটিকে আদর্শ আকারে পরিণত করুন এবং সেটি কি প্রকৃতির কণিক সূচিত করে তা লিখুন ।

b) If PSP' be a focal chord of a conic, then show that $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$, where l is the semi-latus rectum. 6

PSP' যদি একটি কণিকের নাভিবিন্দুগামী জ্যা হয়, তবে দেখান যে $\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \frac{2}{l}$, যেখানে l অর্ধ-নাভিলম্ব ।

8. a) Show that the equation to the pair of straight lines through the origin perpendicular to the pair of straight lines

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$. 4

দেখান যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের উপর লম্ব সরলরেখাদ্বয় যা মূলবিন্দুগামী, তার সমীকরণ হল $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$.

b) Show that the radius of a circle remains unchanged due to a rotation of axes. 3

দেখান যে অক্ষদ্বয় আবর্তন করলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ অপরিবর্তিত থাকে ।

c) Find the locus of the poles of the tangents to the circle $x^2 + y^2 = 2ax$ with respect to the circle $x^2 + y^2 = a^2$. 5

$x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তটির সাপেক্ষে, $x^2 + y^2 = 2ax$ বৃত্তের স্পর্শকগুলির মেরুর সঞ্চারপথটি নির্ণয় করুন ।

GROUP - C

বিভাগ - গ

(Full Marks : 15)

(পূর্ণমান ঃ 15)

9. Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Prove that the three points whose position vectors are $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ and $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ form an equilateral triangle.

দেখান যে, তিনটি বিন্দু যাদের position vector $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ এবং $-4\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$, একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে ।

b) Determine a unit vector perpendicular to the plane of $\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$.

$\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ ভেক্টরদুটির তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় করুন ।

c) Find the work done by the force $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ whose point of application is given as displacement from the point $A(2, -1, -2)$ to the point $B(-1, 2, 3)$.

$A(2, -1, -2)$ বিন্দুটিকে $B(-1, 2, 3)$ বিন্দু পর্যন্ত সরাতে $\vec{F} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ বলটির দ্বারা কৃতকার্য নির্ণয় করুন ।

10. Answer any *three* questions : $3 \times 4 = 12$

যে কোন **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Prove by vector method that if the diagonals of a quadrilateral bisect each other, then the figure is a parallelogram.

একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় যদি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে, তবে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ করুন যে চিত্রটি একটি সামান্তরিক ।

b) Find the moment of the force $3\hat{i} + \hat{k}$ acting at the point $(2, -1, 3)$ about the point $(1, 2, -1)$.

$3\hat{i} + \hat{k}$ বলটি $(2, -1, 3)$ বিন্দুতে প্রয়োগ করা হল । $(1, 2, -1)$ বিন্দুর সাপেক্ষে বলটির ভ্রামকের মান নির্ণয় করুন ।

c) Show that $[\vec{\beta} \times \vec{\gamma},\ \vec{\gamma} \times \vec{\alpha},\ \vec{\alpha} \times \vec{\beta}] = [\vec{\alpha}\ \vec{\beta}\ \vec{\gamma}]^2$.

দেখান যে $[\vec{\beta} \times \vec{\gamma},\ \vec{\gamma} \times \vec{\alpha},\ \vec{\alpha} \times \vec{\beta}] = [\vec{\alpha}\ \vec{\beta}\ \vec{\gamma}]^2$.

d) If $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ be three vectors such that $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ and $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $|\vec{\gamma}| = 6$, show that $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -28$.

যদি তিনটি ভেক্টর $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ এমন হয় যে $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ এবং $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $|\vec{\gamma}| = 6$, তবে দেখান যে $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -28$.

e) In a parallelogram $PQRS$, prove that $\vec{PR} - \vec{QS} = 2\,\vec{PQ}$.

$PQRS$ একটি সামান্তরিক, প্রমাণ করুন যে $\vec{PR} - \vec{QS} = 2\,\vec{PQ}$.

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

(Full Marks : 25)

(পূর্ণমান ঃ 25)

Answer Question No. **11** and any *two* from the rest.

১১ নং প্রশ্ন ও অন্য যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ।

11. a) Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) Find the range of the following function :

$$f(x) = \frac{1}{2 - \cos 2x}.$$

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির প্রসার নির্ণয় করুন ঃ

$$f(x) = \frac{1}{2 - \cos 2x}.$$

ii) Evaluate : $\underset{x \to 1}{Lt} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$.

মান নির্ণয় করুন ঃ $\underset{x \to 1}{Lt} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$.

iii) At what point is the tangent to the parabola $y = x^2$ parallel to the straight line $y = 4x - 5$?

$y = x^2$ অধিবৃত্তটির কোন্ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি $y = 4x - 5$ সরলরেখার সমান্তরাল হবে ?

b) Answer any *one* question : $1 \times 3 = 3$

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

i) Is Rolle's theorem applicable to $f(x) = 1 - x^{2/3}$ in $[-1, 1]$? Justify your answer.

$f(x) = 1 - x^{2/3}$ অন্তরাল $[-1, 1]$-এ, এই অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে Rolle-এর উপপাদ্যটি কি প্রযোজ্য ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন ।

ii) If $u = \cos^{-1}\dfrac{x-y}{x+y}$, prove that $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

যদি $u = \cos^{-1}\dfrac{x-y}{x+y}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$.

iii) Find the maximum and minimum values of the function

$f(x) = 12(\log x + 1) + x^2 - 10x + 3$.

$f(x) = 12(\log x + 1) + x^2 - 10x + 3$, এই অপেক্ষকটির চরম ও অবম মান নির্ণয় করুন ।

12. a) State and prove Lagrange's mean value theorem. 5

Lagrange-এর মধ্যম মান উপপাদ্যটি বিবৃত ও প্রমাণ করুন ।

b) Show that for the ellipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, the radius of curvature at $(a, 0)$ is equal to half of the latus rectum. 5

দেখান যে, $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তটির $(a, 0)$, তে বক্রতা ব্যাসার্ধের মান উপবৃত্তটির নাভিলম্বের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক ।

13. a) If $lx + my = 1$ is normal to the parabola $y^2 = 4ax$, then prove that $al^3 + 2alm^2 = m^2$. 5

যদি $lx + my = 1$ সরলরেখাটি $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটির অভিলম্ব হয়, তবে প্রমাণ করুন যে, $al^3 + 2alm^2 = m^2$ ।

b) Show that the area of a rectangle inscribed in a circle is maximum when it is a square. 5

দেখান যে কোন বৃত্তে অন্তর্লিখিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সর্বাধিক হবে যদি এটি বর্গক্ষেত্র হয় ।

14. a) If $u(x, y) = f\left(x^2 + 2yz,\ y^2 + 2zx\right)$, prove that

$$\left(y^2 - zx\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \left(x^2 - yz\right)\frac{\partial u}{\partial y} + \left(z^2 - xy\right)\frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$ 5

যদি $u(x, y) = f\left(x^2 + 2yz,\ y^2 + 2zx\right)$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে,

$$\left(y^2 - zx\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \left(x^2 - yz\right)\frac{\partial u}{\partial y} + \left(z^2 - xy\right)\frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

b) $$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Show that $f(x, y)$ is not continuous at origin. 3

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{অন্যত্র} \end{cases}$$

দেখান যে $f(x, y)$ অপেক্ষকটি মূলবিন্দুতে অসন্তত ।

c) Show that $z = f\left(x^2 y\right)$ where f is differentiable, satisfies $x\dfrac{\partial z}{\partial x} = 2y\dfrac{\partial z}{\partial y}$. 2

দেখান যে $z = f\left(x^2 y\right)$, যেখানে f অবকলনযোগ্য, $x\dfrac{\partial z}{\partial x} = 2y\dfrac{\partial z}{\partial y}$ সম্পর্কটিকে সিদ্ধ করে ।

15. a) If $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$, prove that

i) $\left(x^2 - 1\right) y_2 + xy_1 - m^2 y = 0$

ii) $\left(x^2 - 1\right) y_{n+2} + (2n + 1)\, xy_{n+1} + \left(n^2 - m^2\right) y_n = 0.$ 2 + 3

যদি $y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}} = 2x$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে

i) $\left(x^2 - 1\right) y_2 + xy_1 - m^2 y = 0$

ii) $\left(x^2 - 1\right) y_{n+2} + (2n + 1)\, xy_{n+1} + \left(n^2 - m^2\right) y_n = 0.$

b) If $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x(1 + a\cos x) - b\sin x}{x^3} = 1$, then find the values of a and b. 5

যদি $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x(1 + a\cos x) - b\sin x}{x^3} = 1$ হয় তাহলে, a, b-এর মান নির্ণয় করুন ।

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

(Full Marks : 10)

(পূর্ণমান ঃ 10)

16. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Evaluate : $\int \frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int \frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$

b) Show that : $\int_0^{\pi} |\sin x + \cos x|\,dx = 2\sqrt{2}$

দেখান যে, $\int_0^{\pi} |\sin x + \cos x|\,dx = 2\sqrt{2}$

c) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}}\,dx.$

মান নির্ণয় করুন ঃ $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}}\,dx.$

17. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Evaluate : $\int \frac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x}\, e^{-x/2}\,dx$

সমাকলিত করুন ঃ $\int \frac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x}\, e^{-x/2}\,dx$

b) If $I_n = \int x^n e^{ax}\,dx$, then prove that $aI_n + nI_{n-1} = x^n e^{ax}$. Hence find the value of I_4.

যদি $I_n = \int x^n e^{ax}\,dx$ হয়, তবে দেখান যে $aI_n + nI_{n-1} = x^n e^{ax}$, এবং এর থেকে I_4-এর মান নির্ণয় করুন ।

c) Find the value of $\lim_{n \to \infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{n^2}{\left(n^2 + r^2\right)^{3/2}}$.

$\lim_{n \to \infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{n^2}{\left(n^2 + r^2\right)^{3/2}}$ -এর মান নির্ণয় করুন ।

d) Integrate : $\int \frac{\cos x + 2 \sin x}{3 \cos x + 4 \sin x} \, dx$.

সমাকলিত করুন ঃ $\int \frac{\cos x + 2 \sin x}{3 \cos x + 4 \sin x} \, dx$.

GROUP - F

বিভাগ - চ

(Full Marks : 10)

(পূর্ণমান ঃ 10)

18. Answer any *one* question : $1 \times 2 = 2$

যে কোন **একটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the differential equation of the family of circles having fixed radius r.

r-ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত গোষ্ঠীর অবকল সমীকরণ গঠন করুন ।

b) Examine whether $(\cos y + y \cos x)\, dx + (x \sin y - \sin x)\, dy = 0$ is an exact differential equation.

$(\cos y + y \cos x)\, dx + (x \sin y - \sin x)\, dy = 0$ অবকল সমীকরণটি exact কি-না নির্ণয় করুন ।

c) Find an integrating factor of the differential equation $y(1 + xy)\, dx - x\, dy = 0$.

$y(1 + xy)\, dx - x\, dy = 0$ অবকল সমীকরণটির একটি integrating factor নির্ণয় করুন ।

19. Answer any *two* questions : $2 \times 4 = 8$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Solve : $\left(x^2 + y^2 + 4\right) x\, dx + \left(x^2 - y^2 + 9\right) y\, dy = 0$.

সমাধান করুন ঃ $\left(x^2 + y^2 + 4\right) x\, dx + \left(x^2 - y^2 + 9\right) y\, dy = 0$.

b) Obtain the general solution and singular solution :

$$p = \log(px - y) ; \; p = \frac{dy}{dx}.$$

সাধারণ সমাধান এবং singular সমাধান নির্ণয় করুন ঃ

$$p = \log(px - y) ; \; p = \frac{dy}{dx}.$$

c) Solve : $\frac{dy}{dx} + 2xy = xy^3$.

সমাধান করুন ঃ $\frac{dy}{dx} + 2xy = xy^3$.

d) Solve : $y(2xy + 1)\,dx + x\left(1 + 2xy + x^2y^2\right)dy = 0$.

সমাধান করুন ঃ $y(2xy + 1)\,dx + x\left(1 + 2xy + x^2y^2\right)dy = 0$.

R.K. S.M. VIVEKANANDA VIDYABHAVAN • LIBRARY •