



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY

B.Sc. General PART-II Examinations, 2018

MATHEMATICS-GENERAL

PAPER-MTMG-II

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.

প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।

All symbols are of usual significance.

Group-A

বিভাগ-ক

[Marks: 25]

Answer Question. No. 1 and any two from the rests

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) If A, B, C be three non-empty sets such that $A \cap B = A \cap C$ and $A \cup B = A \cup C$ then prove that $B = C$. 2

যদি A, B, C তিনটি এমন অশূন্য সেট হয়, যাদের জন্য $A \cap B = A \cap C$ এবং $A \cup B = A \cup C$ হয়, তাহলে প্রমাণ করো যে $B = C$.

OR / অথবা

Prove or disprove that $A \times B = B \times A$, for any two non-empty sets A and B , here $A \times B$ denotes the Cartesian product of two sets A and B . 2

যে-কোনো দুটি অশূন্য সেট A ও B এর জন্য $A \times B = B \times A$ এর সত্যতা যাচাই করো, এখানে $A \times B$ হল A ও B এর কার্ভেসীয় গুণফল।

- (b) If $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, find $(A \times B) \cap (B \times A)$. 3

যদি $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ হয়, তবে $(A \times B) \cap (B \times A)$ নির্ণয় করো।

OR / অথবা

If $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, is $(S, +)$ a group under usual addition? 3

যদি $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ হয় তাহলে সাধারণ যোগ ক্রিয়া সাপেক্ষে $(S, +)$ কি একটি গ্রুপ (দল)?

2. (a) Give an example with verification of mapping which is neither injective nor surjective. 4

এক-এক ও উপরিচিত্রণ হবে না এমন একটি চিত্রণের ব্যাখ্যাসহ উদাহরণ দাও।

- (b) If two mapping $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ and $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are defined as follows: 3

$$f(x) = x^2, g(x) = x - 2, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ then show that } f \circ g \neq g \circ f.$$

দুটি অপেক্ষক $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এমনভাবে বর্ণিত যে $f(x) = x^2$, $g(x) = x - 2$ যেখানে সমস্ত $x \in \mathbb{R}$, তবে দেখাও যে $f \circ g \neq g \circ f$.

- (c) Prove that $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$, where A, B, C are non-empty sets & $A \times B$ denotes the Cartesian Product of A & B . 3

যে-কোনো তিনটি অশূন্য সেট A, B, C -এর জন্য প্রমাণ করো $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$, যেখানে $A \times B$ হল A ও B এর কার্তেসীয় গুণফল।

3. (a) Prove that (G, \cdot) , where $G = \{x; x^4 = 1\}$ forms an abelian group. 4

প্রমাণ করো যে (G, \cdot) একটি বিনিময়যোগ্য দল, যেখানে $G = \{x; x^4 = 1\}$ ।

- (b) Prove that intersection of two subgroup of a group G is also a sub-group of G . 3

প্রমাণ করো যে একটি দল G -এর দুটি উপদলের ছেদ ও G -এর একটি উপদল হবে।

- (c) Prove that in a group G , $(a^{-1})^{-1} = a \forall a \in G$, where a^{-1} is the inverse of the element a in G . 3

প্রমাণ করো যে-কোনো দল G এর জন্য $(a^{-1})^{-1} = a$ যেখানে $a \in G$ এবং a^{-1} হল a -এর বিপরীত।

4. (a) Let $P(X)$ be the power set of the non-empty set X . For any $A, B \in P(X)$, define $A + B = (A \cup B) - (A \cap B)$ and $A \cdot B = A \cap B$, then show that $(P(X), +, \cdot)$ is a ring. 6

ধরা যাক $P(X)$ হল একটি অশূন্য সেট X -এর উপসেট গোটী, যে কোনো $A, B \in P(X)$ এর জন্য $A + B = (A \cup B) - (A \cap B)$ এবং $A \cdot B = A \cap B$ রূপে সংজ্ঞায়িত হলে দেখাও যে $(P(X), +, \cdot)$ একটি মণ্ডল।

- (b) Show that $(S, +, \cdot)$ is a sub-ring of $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ where 4

$S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ is the set of all real 2×2 matrices of \mathbb{R} is the set of all real numbers.

দেখাও যে $(S, +, \cdot)$ হল $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ মণ্ডলের একটি উপমণ্ডল। যেখানে

$S = \left\{ \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; x \in \mathbb{R} \right\}$, $M_2(\mathbb{R})$ সমস্ত 2×2 বাস্তব সংখ্যার সারি (ম্যাট্রিক্স) এবং \mathbb{R} হল

সমস্ত বাস্তব সংখ্যার সেট।



5. (a) Let A be an invertible matrix. If λ be one root of the characteristic equation of A , then prove that $\frac{1}{\lambda}$ is a root of the characteristic equation of A^{-1} .

4

ধরা যাক A ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্সের অস্তিত্ব বর্তমান। A ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য সমীকরণের একটি বীজ λ হলে প্রমাণ করো যে A^{-1} ম্যাট্রিক্সের বৈশিষ্ট্য সমীকরণের বীজ হবে $\frac{1}{\lambda}$.

- (b) Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3+3

Hence find A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সটির ক্ষেত্রে Cayley-Hamilton উপপাদ্যটির সত্যতা যাচাই করো।}$$

এর সাহায্যে A^{-1} ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করো।



Group-B

বিভাগ-খ

[Marks: 20]

Answer Question No. 6 and any *two* from the rest

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

6. Answer any *two* questions from the following:

2×2 = 4

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Find the direction cosines of the line that makes equal angles with the Cartesian axes.

যখন একটি সরলরেখা কার্তেসীয় অক্ষের সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে, তখন ঐ রেখার কোসাইন দিগন্ধগোষ্ঠী নির্ণয় করো।

- (b) Find the equation of the plane passing through the point (2, 1, 1) and parallel to the plane $2x - 3y + 4z + 5 = 0$. Also find the distance of the plane from the origin.

$2x - 3y + 4z + 5 = 0$ সমতলটির সমান্তরাল এবং (2, 1, 1) বিন্দুগামী সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো। মূল বিন্দু থেকে নির্ণেয় সমতলটির দূরত্ব নির্ণয় করো।

- (c) Find the equation of the straight line passing through the point (1, 2, 3) and parallel to the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$.

এমন একটি সরলরেখা নির্ণয় করো যা (1, 2, 3) বিন্দুগামী এবং $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$ রেখার সমান্তরাল।



7. (a) Perpendicular PL, PM, PN are drawn from the point $P(a, b, c)$ to the co-ordinate planes. Show that equation of the plane LMN is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2$. 4

$P(a, b, c)$ বিন্দু থেকে $x = 0, y = 0, z = 0$ সমতল তিনটির উপর PL, PM, PN তিনটি লম্ব অঙ্কিত হয়, দেখাও যে LMN সমতলের সমীকরণ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2$ ।

- (b) If the three lines whose direction cosines are $l_i, m_i, n_i; i=1, 2, 3$ are co-planer, prove that 4

$$\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix} = 0.$$

তিনটি সরলরেখা যাদের কোসাইন দিগঙ্ক গোষ্ঠী $l_i, m_i, n_i; i=1, 2, 3$ সমতলীয় হলে প্রমাণ

করো $\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix} = 0$ ।

8. (a) Prove that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}; \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ intersect. 4

Find their point of intersection and the equation of the plane on which they lie.

প্রমাণ করো যে, $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}; \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ সরলরেখা দুটি পরস্পরকে ছেদ করে। তাদের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো এবং যে সমতলে সরলরেখা দুটি থাকবে তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

- (b) Find the length of the shortest distance between the lines $\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ and $5x-2y-3z+6 = x-3y+2z-3$. 4

$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ এবং $5x-2y-3z+6 = x-3y+2z-3$ সরলরেখা দুটির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো।

9. (a) Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$; $2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$. 4

যে গোলকটি $x^2 + y^2 + z^2 = 9$; $2x + 3y + 4z = 5$ বৃত্তগামী ও $(1, 2, 3)$ বিন্দুগামী, তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

- (b) Find the equation of the right circular cone whose vertex is the origin and axis is the line $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ and semi-vertical angle is 45° . 4

যে লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর শীর্ষ মূলবিন্দুতে ও অক্ষের সমীকরণ $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ এবং অর্ধশীর্ষ কোণ 45° , সেই শঙ্কুর সমীকরণ নির্ণয় করো।

- 10.(a) A variable plane at a constant unit distance p from the origin O meets the axes at A, B, C . Show that the locus of the centroid of the tetrahedron $OABC$ is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$. 4

মূল বিন্দু O থেকে সর্বদা p একক দূরত্বে অবস্থিত একটি পরিবর্তনশীল সমতল অক্ষ তিনটিকে A, B, C বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে $OABC$ চতুস্তলকের ভরকেন্দ্রের স্থানের সমীকরণ হলো $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$.

- (b) Show that the plane $2x + y - z = 12$ touches the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 24$ and find the co-ordinate of the point of contact. 4

দেখাও যে, $2x + y - z = 12$ সমতলটি $x^2 + y^2 + z^2 = 24$ গোলকটিকে স্পর্শ করে। ঐ স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।



Group-C
বিভাগ-গ

[Marks: 25]

Answer Questions No. 11 and any *two* from the rest

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

- 11.(a) Answer any *one* question from the following: 2×1 = 2

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (i) State Rolle's theorem

রোলের উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

- (ii) State L' Hospital's theorem

L' Hospital-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

- (iii) Show that, $\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n + \dots$ converges.

দেখাও যে, $\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n + \dots$ শ্রেণীটি অভিসারী।

- (b) Answer any *one* question from the following: 3×1 = 3

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (i) Find $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{2x}$, where $[x]$ = greatest integer not greater than x .

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x]}{2x}$ নির্ণয় করো - যেখানে $[x]$ = সবচেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা যেটি x -এর চেয়ে বড় নয়।



- (ii) Let f , be a real-valued function defined on $(-1, 2)$ by $f(x) = |x| + |x-1|$. Is f differentiable at 0?

ধরি f এমন একটি বাস্তব সংখ্যার অপেক্ষক, $(-1, 2)$ -এর উপর নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িতঃ $f(x) = |x| + |x-1|$, 0 বিন্দুতে f কি অবকলন যোগ্য?

- (iii) Prove or disprove: a bounded sequence is convergent.

প্রমাণ করো অথবা অপ্রমাণ করোঃ একটি বদ্ধ অনুক্রম অভিসারী।

- 12.(a) Prove that every Cauchy sequence in \mathbb{R} is bounded. 3

প্রমাণ করো যে, \mathbb{R} -এর মধ্যে যে-কোনো কসি অনুক্রম বদ্ধ হবে।

- (b) Show that the series $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$ is convergent. 3

দেখাও যে, $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$ শ্রেণীটি অভিসারী।

- (c) Test the convergence of $\sum \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} x^{n-1}$, $x > 0$. 4

$\sum \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} x^{n-1}$, $x > 0$ শ্রেণীটির অভিসারিত্ব পরীক্ষা করো।

- 13.(a) Show that $\frac{\tan x}{x} > \frac{x}{\sin x}$ when $0 < x < \frac{\pi}{2}$. 4

দেখাও যে, $\frac{\tan x}{x} > \frac{x}{\sin x}$ যখন $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

- (b) Prove that $(1 + 2x) y_{n+1} + (2n + 1) y_n = 0$. 2

প্রমাণ করো যে, $(1 + 2x) y_{n+1} + (2n + 1) y_n = 0$.

- (c) Assuming the possibility of expansion, verify the following: 4

বিস্তৃতির সম্ভাবনা ধরে নিয়ে নিম্নলিখিত বিস্তৃতিটির যথার্থ্য নির্ণয় করোঃ

$$\sin^{-1} x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4} \frac{x^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^7}{7} + \dots$$

14.(a) Find $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x} \right)$. 2

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x} \right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

(b) Find the asymptotes of the curve $x = \frac{t^2}{1+t^3}$, $y = \frac{t^2+2}{1+t}$. 4

$x = \frac{t^2}{1+t^3}$, $y = \frac{t^2+2}{1+t}$ বক্র রেখাটির স্পর্শ প্রবণ সরলরেখাটি নির্ণয় করো।

(c) Find the envelope of the family of co-axial ellipses $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, where the parameters a and b are connected by $a^n + b^n = c^n$. 4

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ সমাক্ষ উপবৃত্তগুলির পরিস্পর্শক নির্ণয় করো, a ও b প্রচলগুলি $a^n + b^n = c^n$ সম্পর্কের দ্বারা সম্পর্কিত।

15.(a) Show that the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = x^9 + 2x^7 + 3x^5$, $x \in \mathbb{R}$ is neither a maximum nor a minimum at $x = 0$. 2

দেখাও যে, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ অপেক্ষকটি যাহা $f(x) = x^9 + 2x^7 + 3x^5$ রূপে সংজ্ঞায়িত ($x \in \mathbb{R}$), তাহা $x = 0$ বিন্দুতে চরম ও নয় আবার অবম ও নয়।

(b) Let $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$ 4

Prove that f is continuous at $x = 0$ but not differentiable there.

ধরি $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$

প্রমাণ করো যে, $x = 0$ বিন্দুতে f সন্তত কিন্তু অবকলন যোগ্য নয়।

(c) Show that the point of inflexion of the curve $y^2 = (x-a)^2 (x-b)$ lie on the line $3x + a = 4b$. 4

দেখাও যে, $y^2 = (x-a)^2 (x-b)$ বক্রের আনতি বিন্দু $3x + a = 4b$ সরলরেখার উপর অবস্থিত।





Group-D

বিভাগ-ঘ

[Marks: 20]

Answer Question No. 16 and any *two* from the rest

১৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

16. Answer any *two* questions from the following:

2×2 = 4

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Show that $\int_0^{\infty} e^{-x}$ is convergent.দেখাও যে, $\int_0^{\infty} e^{-x}$ অভিসারী।(b) Show that $B(m, n) = B(n, m)$, where $B(m, n)$ is a Beta function. $B(m, n)$ হল একটি বিটা অপেক্ষক, তবে দেখাও যে, $B(m, n) = B(n, m)$ ।(c) By integration, prove that the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = r^2$ is πr^2 .সমাকলন বিদ্যার সাহায্যে প্রমাণ করো যে, $x^2 + y^2 = r^2$ বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল πr^2 ।(d) Prove that $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$, $n > 0$.প্রমাণ করো যে, $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$, $n > 0$ ।17.(a) Show that $\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^n} dx = \frac{1}{na^{\frac{m+1}{n}}} \Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)$, $m, n \in \mathbb{N}$.দেখাও যে, $\int_0^{\infty} x^m e^{-ax^n} dx = \frac{1}{na^{\frac{m+1}{n}}} \Gamma\left(\frac{m+1}{n}\right)$, $m, n \in \mathbb{N}$ ।(b) Show that the improper integral $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ is convergent but not absolutely convergent.দেখাও যে, $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ অভিসারী কিন্তু পরম অভিসারী নয়।

18.(a) Show that $\int_0^{\pi/2} \sin^{p-1} x \, dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}$.

4

দেখাও যে, $\int_0^{\pi/2} \sin^{p-1} x \, dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{p}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}$ ।



(b) Calculate the surface area of $x^3 + y^3 + z^3 = a^3$.

4

$x^3 + y^3 + z^3 = a^3$ -এর সমগ্রতলের (পৃষ্ঠতল) ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

19.(a) Find $\iint_R x^2 \, dx \, dy$, where R is the region bounded by $x = 0$, $y = 0$ and $y = \cos x$.

4

$\iint_R x^2 \, dx \, dy$ -এর মান নির্ণয় করো, যেখানে R ক্ষেত্র $x = 0$, $y = 0$ ও $y = \cos x$ দ্বারা সীমাবদ্ধ।

(b) Find the area bounded by the parabola $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ and the coordinate axes.

4

অধিবৃত্ত $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ ও স্থানাঙ্ক অক্ষগুলি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

20.(a) Find the length of the arc of the curve $y^2 = 4ax$ cut off by its latus rectum.

4

$y^2 = 4ax$ বক্রের নাভিলম্ব দ্বারা ছেদিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(b) Prove that the volume of the solid formed by the revolution about the x-axis of the figure enclosed by the arcs of the parabolas $y^2 = x$ and $x^2 = y$ is

$\frac{3\pi}{10}$ cu. units.

প্রমাণ করো যে, $y^2 = x$ ও $x^2 = y$ দ্বারা বেষ্টিত চিত্র x-অক্ষের সাপেক্ষে ঘোরার ফলে যে ঘন

বস্তু আকার নেবে তার আয়তন $\frac{3\pi}{10}$ ঘন একক।



Group-E

বিভাগ-ঙ

[Marks: 10]

21. Answer any *one* question from the following:

2×1=2

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x$

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x$

(b) Solve $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = 0$ where $a \in \mathbb{R}$.

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = 0$, যেখানে $a \in \mathbb{R}$.

(c) Find the particular integral of the differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 2y = \cos x.$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 2y = \cos x$$
 অবকল সমীকরণটির বিশেষ সমাকল নির্ণয় করো।

22. Answer any *two* questions from the following:

4×2=8

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Solve $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = xe^x \sin x$.

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = xe^x \sin x$ ।

(b) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} = 12x^2 + e^x$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$.

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} = 12x^2 + e^x$, $y(0)=1$, $y'(0)=1$ ।

(c) Solve: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$.

সমাধান করো: $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$ ।

(d) Find the orthogonal trajectories of the family of curves $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, where a is a variable parameter.

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ বক্রগোষ্ঠীর (যেখানে a হল পরিবর্তনশীল প্রচল) লম্ব প্রক্ষেপ পথসমূহ নির্ণয় করো।





WEST BENGAL STATE UNIVERSITY

B.Sc. General PART-II Examinations, 2018

MATHEMATICS-GENERAL

PAPER-MTMG-III

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

*The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.*

প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।

All symbols are of usual significance.

**Answer Group-A and B compulsorily, and any one group from
Group-C, D and E**

Group-A

বিভাগ-ক

(Numerical Analysis)

[Marks-20]

Answer Questions No. 1 and any two questions from the rest

১নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. Answer any *two* questions from the following:

2×2 = 4

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) If $f(x) = a + bx + cx^2$, then find $\Delta f(x)$ and $\Delta^2 f(x)$, taking $h = 2$.

$h = 2$ ধরিয়া $\Delta f(x)$ ও $\Delta^2 f(x)$ নির্ণয় করো যেখানে $f(x) = a + bx + cx^2$.

- (b) Write down the approximate value of $\frac{\pi}{4}$ correct to four significant figures
and then find the relative percentage error.

চারটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত সঠিক $\frac{\pi}{4}$ -এর মান নির্ণয় করো এবং তা থেকে আপেক্ষিক শতকরা ত্রুটির
মান নির্ণয় করো।

- (c) Prove that / দেখাও যে, $\left(\frac{\Delta^2}{E} e^x \right) \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x} = e^x$ using h as the space length.

- (d) State the Lagrange's interpolation formula for 4 arguments which are not
equally spaced.

4 টি অসম দূরত্ববিশিষ্ট পদের ক্ষেত্রে ল্যাগরাঞ্জের অন্তঃমান সূত্রটি বিবৃত করো।

2. (a) Using Newton's backward interpolation formula find $f(1.42)$ from the following table. 6

নিউটনের পশ্চাদ্ধর্তী অন্তঃমান সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত তালিকা থেকে $f(1.42)$ -এর মান নির্ণয় করো।

| | | | | |
|--------|-------|-------|-------|--------|
| x | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
| $f(x)$ | 7.831 | 8.728 | 9.697 | 10.744 |

- (b) Prove that / দেখাও যে, $\Delta \log f(x) = \log \left[1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$. 2



3. (a) State Simpson's one-third composite rule of integration of $\int_a^b f(x)dx$ of $n+1$ arguments. 2

$\int_a^b f(x)dx$ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ সূত্রটি বিবৃত করো।

- (b) Evaluate $\int_0^1 \sqrt{1-x^3} dx$ by Simpson's one-third rule, taking six equal intervals, correct up to three decimal places. 6

সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ নিয়ম ব্যবহার করে, 6 টি অন্তরাল লিখে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত $\int_0^1 \sqrt{1-x^3} dx$ -এর মান নির্ণয় করো।

4. (a) Find the real root of $x + \log_e x - 2 = 0$ by bisection method correct to two decimal places between 1 and 2. 5

সমন্ধিখণ্ডন পদ্ধতির সাহায্যে $x + \log_e x - 2 = 0$ সমীকরণটির দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক বীজ 1 ও 2 এর মধ্যে নির্ণয় করো।

- (b) Write down the polynomial of degree 3 from the following data. 3

নিম্নলিখিত তথ্য হইতে ত্রিঘাত বিশিষ্ট বহুপদরাশিটি লেখো।

| | | | | |
|--------|---|---|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 1 | 2 | 11 | 34 |

5. (a) Write down the iteration formula of Newton-Raphson method. When the method fails. 2+1

নিউটন-র্যাপসনের ইটারেশন সূত্রটি লেখো। পদ্ধতিটি কখন ব্যর্থ হইবে?

- (b) Using Newton-Raphson method find the real root of $2x - 3\sin x - 5 = 0$, correct upto 3 decimal places. 5

নিউটন-র্যাপসন পদ্ধতির সাহায্যে তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত $2x - 3\sin x - 5 = 0$ সমীকরণের সঠিক বীজ নির্ণয় করো।

Group-B

বিভাগ-খ

[Marks-40]

Answer Question No. 6 and any two questions from the rest

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

6. Answer any four questions from the following:

2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Express the vector (5, 2, 1) as a linear combination of (1, 1, 0) and (3, 0, 1).

দেখাও যে ভেক্টর (5, 2, 1), (1, 1, 0) এবং (3, 0, 1) ভেক্টরদ্বয়ের দ্বারা রৈখিকভাবে যুক্ত।

(b) State the fundamental theorem of L.P.P.

L.P.P.-এর মৌলিক উপপাদ্যটি লেখো।

(c) Examine whether $X = \{(x, y) : |x| \geq 2\}$ is convex set. $X = \{(x, y) : |x| \geq 2\}$ একটি উত্তল সেট কিনা পরীক্ষা করো।

(d) Write down the dual problem of the following L.P.P.

নীচের L.P.P. টির দ্বৈত সমস্যাটি লেখো।

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + x_2 + 5x_3$$

$$\text{Subject to, } 5x_1 + 2x_2 \geq 25$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 47$$

$$x_2 + 5x_3 \geq 30, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(e) Find a basic feasible solution of the given equations.

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়ের একটি মৌল কার্যকর সমাধান লেখো।

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5, \quad 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$$

(f) Find the extreme points of the set $S = \{(x_1, x_2) : |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1\}$.

নিম্নলিখিত সেটের প্রান্তিক বিন্দুগুলি লেখো।

$$S = \{(x_1, x_2) : |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1\}.$$

(g) Find in which half space of the hyperplane $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 6$, the points (4, -3, 2, 1) and (1, 2 - 3, 1) lie.(4, -3, 2, 1) এবং (1, 2 - 3, 1) বিন্দুদ্বয় $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 6$ পরাসমতলের কোন অর্ধদেশে আছে তা নির্ণয় করো।

7. (a) A coin is to be minted containing 40% silver, 50% copper, 10% nickel. The mint has available alloys A, B, C and D having the following compositions and costs. Present the problem of getting the alloys with specific composition at minimal cost in the form of an L.P.P.:

8

কোন টাঁকশালে শতকরা 40 ভাগ রূপা, 50 ভাগ তামা ও 10 ভাগ নিকেল দিয়ে মুদ্রা তৈরী করতে হবে। কিন্তু টাঁকশালে A, B, C এবং D এই চার ধরনের সংকর ধাতু আছে যাদের গঠন ও দাম

নীচে দেওয়া হলো। এই ধরনের সংকর ধাতুগুলি কি পরিমাণে মেশালে সবচেয়ে কম খরচে মুদ্রা পাওয়া যাবে - এই সমস্যাটি একটি L.P.P. হিসাবে উপস্থাপিত করো।

| | % Silver (রূপা) | % Copper (তামা) | % Nickel (নিকেল) | Cost (Rs.) (দাম) |
|---|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| A | 30 | 60 | 10 | 11.00 |
| B | 35 | 35 | 30 | 12.00 |
| C | 50 | 50 | 0 | 16.00 |
| D | 40 | 45 | 15 | 14.00 |

(b) Solve the following L.P.P. graphically:

8

লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত L.P.P. টি সমাধান করো:

$$\text{Maximize } z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{Subject to, } -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$



8. (a) Solve the following L.P.P. by Big M method:

8

Big M পদ্ধতিতে সমাধান করো:

$$\text{Maximize } z = x_1 + 5x_2$$

$$\text{Subject to, } 3x_1 + 4x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 3,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

(b) Solve the following Transportation problem:

8

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটি সমাধান করো:

| | D_1 | D_2 | D_3 | D_4 | a_i |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| O_1 | 21 | 16 | 25 | 13 | 11 |
| O_2 | 17 | 18 | 14 | 23 | 13 |
| O_3 | 32 | 27 | 18 | 41 | 19 |
| b_j | 6 | 10 | 12 | 15 | |

9. (a) Solve the following L.P.P. by Simplex method:

8

Simplex পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত L.P.P.-টির সমাধান করো:

$$\text{Maximize } z = 400x_1 + 100x_2$$

$$\text{Subject to, } 4x_1 + 2x_2 \leq 1600$$

$$2.5x_1 + x_2 \leq 1200$$

$$4.5x_1 + 1.5x_2 \leq 1600,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (b) Find the optimal assignments for the given cost matrix:

8

চরম বরাদ্দটি নির্ণয় করো:

| | I | II | III | IV |
|---|---|----|-----|----|
| A | 9 | 6 | 6 | 5 |
| B | 8 | 7 | 5 | 6 |
| C | 8 | 6 | 5 | 7 |
| D | 9 | 9 | 8 | 8 |

- 10.(a) Find all the basic feasible solutions.

8

নিম্নলিখিত সমস্যাটির মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করো:

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \quad 3x_1 - x_2 + x_3 = 5$$

- (b) Write down the dual of the following L.P.P.:

8

নীচের L.P.P. টির দ্বৈত সমস্যাটি লেখো:

$$\text{Maximize } z = 3x_1 - 2x_2$$

$$\text{Subject to, } 2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$-x_1 + 3x_2 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Group-C

বিভাগ-গ

[Marks-40]

Answer Question No. 11 and any two questions from the rest

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

11. Answer any four questions from the following:

2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) A particle moves in a straight line so that its distance x from a fixed point at time t is proportional to t^k . If v be the velocity and f be the acceleration at time t , then show that $v^2 = \frac{k f x}{k-1}$.

সরলরেখায় গতিশীল একটি বস্তু কণার যেকোনো সময় t -তে একটি স্থির বিন্দু থেকে দূরত্ব x , t^k -এর সঙ্গে সমানুপাতিক। যদি ঐ সময় কণাটির গতিবেগ v এবং ত্বরণ f হয় তাহলে দেখাও যে,

$$v^2 = \frac{k f x}{k-1}$$

- (b) The coordinate of a moving particle at time t is given by $x = a \cos t$, $y = b \sin t$; show that the velocity and acceleration of the particle are constant.

একটি চলমান বিন্দুর t সময়ে স্থানাঙ্ক $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, দেখাও যে কণাটির গতিবেগ এবং ত্বরণ হল ধ্রুবক।

- (c) A particle describe a cycloid $s = 4a \sin \psi$ with uniform speed. Find the acceleration at any point.

একটি বস্তু কণা, cycloid: $s = 4a \sin \psi$ বরাবর সমবেগে গতিশীল। কণাটির ত্বরণ নির্ণয় করো।

- (d) State the Newton's law of universal gravitation.

সর্বজনীন মাধ্যাকর্ষণ এর নিউটনের সূত্রটি বিবৃত করো।

- (e) At what height would the kinetic energy of a falling particle be equal to half its potential energy?

কত উচ্চতায় পতনশীল কোনো কণার গতিশক্তি ঐ অবস্থায় তার স্থিতিশক্তির অর্ধেক হবে ?

- (f) A cricket ball moving with a velocity of 4 m/s is struck by a bat which causes it to move in the same straight line but in opposite direction with velocity 3 m/s. If the mass of the ball is 160 gm then find the impulse generated by the bat.

4 m/s বেগে গতিশীল অবস্থায় একটি ক্রিকেট বলকে একটি ব্যাট দ্বারা আঘাত করা হলে বলটি একই সরলরেখা বরাবর কিন্তু উল্টো দিকে 3 m/s বেগে যায়। যদি বলটির ভর 160 gm হয় তাহলে ব্যাট দ্বারা উদ্ভূত ঘাত নির্ণয় করো।

- (g) State Newton's experimental law of impact.

আঘাত-এর জন্য নিউটনের পরীক্ষামূলক সূত্রটি বিবৃত করো।

- 12.(a) A particle of mass m moving in a straight line is always acted on by a force towards a fixed point, whose magnitude at a distance x from the point is $m\mu/x^3$. If it starts from rest at a distance c from the point, prove that its

8+8

distance will be $\frac{c}{2}$ after a time $\frac{\sqrt{3} c^2}{2\sqrt{\mu}}$. Find its velocity there.

m ভরবিশিষ্ট সরলরেখায় চলমান একটি বস্তুকণা ঐ সরলরেখাংশে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে $m\mu/x^3$ বল দ্বারা আকর্ষিত হয়, যেখানে x হল কণাটির ঐ স্থিরবিন্দু থেকে দূরত্ব। যদি কণাটি ঐ স্থির বিন্দু থেকে c দূরত্বের একটি বিন্দু হতে স্থিরাবস্থায় যাত্রা শুরু করে তবে প্রমাণ করো যে

$\frac{\sqrt{3} c^2}{2\sqrt{\mu}}$ সময় পরে কণাটি $\frac{c}{2}$ দূরত্বে পৌঁছাবে। তখন কণাটির গতিবেগ নির্ণয় করো।

- (b) Find the tangential and normal components of velocity and acceleration of a particle moving along a plane curve.

সমতলে বক্ররেখা বরাবর চলমান একটি বস্তুকণার স্পর্শক এবং অভিলম্ব বরাবর গতিবেগ এবং ত্বরণের উপাংশগুলি নির্ণয় করো।



8+8

- 13.(a) A bullet of mass m moving with a velocity u , strikes a block of mass M , which is free to move in the direction of motion of the bullet and is embedded in it, show that the loss of kinetic energy is $\frac{1}{2} \frac{mM \cdot u^2}{m+M}$.

m ভরের একটি বুলেট u বেগে গতিশীল অবস্থায় M ভরের একটি কাঠের গুড়িকে আঘাত করে যেটি বুলেটের গতির অভিমুখে বাধাহীন ভাবে চলতে পারে। যদি বুলেটটি কাঠের গুড়িতে অনুবদ্ধ হয়ে যায় তাহলে দেখাও যে গতিশক্তি হ্রাসের পরিমাণ $\frac{1}{2} \frac{mM \cdot u^2}{m+M}$ ।

- (b) A particle moving in a straight line is acted upon by a force which works at a constant rate and changes its velocity from u to v in passing over a distance x . Prove that the time taken is $\frac{3(u+v)x}{2(u^2 + uv + v^2)}$.

সরলরেখায় গতিশীল একটি কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের কার্যের হার ধ্রুবক এবং x দূরত্ব অতিক্রম করতে কণাটির গতিবেগ u থেকে v -তে পরিবর্তিত হয়। প্রমাণ করো যে ঐ দূরত্ব অতিক্রম করতে কণাটির $\frac{3(u+v)x}{2(u^2 + uv + v^2)}$ সময় লাগবে।

- 14.(a) Write down the equations of motion of a particle moving in a central orbit under a central force P and deduce the differential equation in the form, $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = P$; Symbols having usual meaning.

8+8

কেন্দ্রীয় বল P -এর অধীনে কেন্দ্রীয় কক্ষপথে গতিশীল একটি কণার গতির সমীকরণ লেখো এবং প্রমাণ করো যে, $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = P$; প্রতীকগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

- (b) A particle describes the curve $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} + 1$ under a force F directed towards the pole. Find the law of force.

একটি বস্তুকণা $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} + 1$ বক্ররেখা বরাবর গতিশীল যেখানে কণাটির উপর একটি বল F সর্বদা মেরু বরাবর ক্রিয়াশীল। বলটিকে নির্ণয় করো।

- 15.(a) A particle is acted on by a force parallel to the axis of y where acceleration is ky and is initially projected with a velocity $a\sqrt{k}$ parallel to the axis of x at a point where $y = a$. Prove that it will describe a catenary.

8+8

একটি বস্তুকণাকে $a\sqrt{k}$ বেগে x -অক্ষের সমান্তরালে ছোড়া হল যেখানে $y = a$ এবং কণাটি সর্বদা y -অক্ষের সমান্তরাল একটি বল দ্বারা আকর্ষিত হয় যার জন্য ত্বরণ ky । প্রমাণ করো যে কণাটি একটি ক্যাটেনারী বরাবর গতিশীল হবে।

- (b) If v_1, v_2 are the linear velocity of a planet when it is respectively nearest and furthest from the Sun. Prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$, where e is the eccentricity of the orbit of the planet.

যদি v_1 এবং v_2 একটি গ্রহের রৈখিক বেগ হয় যখন গ্রহটির সূর্য থেকে দূরত্ব সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ, তবে প্রমাণ করো যে $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$, যেখানে e হল গ্রহটির কক্ষ পথের উৎকেন্দ্রতা।





Group-D

বিভাগ-ঘ

(Probability and Statistics)

[Marks-40]

Answer Question No. 16 and any two questions from the rest

১৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

16. Answer any four questions from the following:

2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Define mutually exclusive and mutually independent events.
পরস্পর স্বতন্ত্র ও পরস্পর স্বাধীন ঘটনার সংজ্ঞা দাও।
- (b) Two coins are tossed. Find its probability distribution of the number of heads.
দুটি মুদ্রাকে ছোড়া হলো। হেডের সংখ্যার উপর সম্ভাবনা বণ্টন নির্ণয় করো।
- (c) Two regression lines are of the form: $5x + 12y = 7$, $3x + 8y = 11$. Find $r(x, y)$ (correlation coefficient).
 x ও y -এর দুটি নির্ভরণ রেখা $5x + 12y = 7$, $3x + 8y = 11$ হইলে $r(x, y)$ নির্ণয় করো।
- (d) Show that S. D. is independent of the change of origin.
দেখাও যে S. D., মূলবিন্দুর সরণের উপর নির্ভর করে না।
- (e) The mean and variance of X are 56 and 3 respectively. Find $E(X+1)^2$ and $\text{Var}(5X-7)$.
 X -এর গড় ও Variance যথাক্রমে 56 ও 3। $E(X+1)^2$ ও $\text{Var}(5X-7)$ নির্ণয় করো।
- (f) The algebraic sum of the deviation of 25 observations measured from 45 is -55. Find the A.M. of the observation.
45 হইতে 25 টি পর্যবেক্ষণের চ্যুতির বীজগাণিতিক যোগফল -55। পর্যবেক্ষণগুলির গড় নির্ণয় করো।
- (g) The probabilities that a particular sum will be solved by A and B are 0.5 and 0.6 respectively. Find the probability that the sum will be solved.
কোনো একটি অঙ্ক A ও B দ্বারা সমাধান করার সম্ভাবনা যথাক্রমে 0.5 এবং 0.6। অঙ্কটি সমাধান হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

17.(a) (i) State Classical definition of probability.

2

সম্ভাবনার Classical সংজ্ঞাটি বিবৃত করো।

(ii) Show that the probability that exactly one of the events A and B occur is $P(A) + P(B) - 2P(AB)$.

6

দেখাও যে A ও B ঘটনার মধ্যে ঠিক একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $P(A) + P(B) - 2P(AB)$.(b) (i) Define Variance of a random variable X .

2

Variance-এর সংজ্ঞা দাও।



(ii) Find the Variance for the continuous random variable X with p.d.f.

6

X -এর Variance নির্ণয় করো যেখানে X -এর p.d.f. হল

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |1 - x|, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & \text{else where} \end{cases}$$



18.(a) Calculate the coefficient of correlation between x and y :

8

x ও y -এর মধ্যবর্তী সহগাঙ্ক নির্ণয় করো:

| | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x : | 155 | 157 | 153 | 151 | 159 | 162 | 158 |
| y : | 118 | 129 | 125 | 124 | 129 | 133 | 127 |

(b) Fit a straight line to the following points by the method of least square:

8

ন্যূনতম বর্গ বিধির সাহায্যে নিম্নলিখিত বিন্দুগুলি হইতে একটি সরলরেখার সমীকরণ গঠন করো।

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 1 | 1.8 | 3.3 | 4.5 | 6.3 |

19.(a) Determine the trend using 4 year moving average method from the following data:

8

নীচের তথ্য শ্রেণীর ক্ষেত্রে 4-বর্ষীয় গতিশীল গড় নির্ণয় করো:

| | | | | | | | | |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Year | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
| Yearly profit (Rs. '000) | 5.4 | 4.9 | 4.3 | 3.9 | 6.1 | 5.7 | 4.9 | 5.3 |

(b) Calculate standard deviation of the following wage distribution of 100 workers:

8

নিম্নে বর্ণিত 100 জনের মজুরী বিন্যাসের সম্যক বিচ্যুতি নির্ণয় করো।

| | | | | | | | |
|------------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| Wage (Rs.) | 500-600 | 600-700 | 700-800 | 800-900 | 900-1000 | 1000-1100 | 1100-1200 |
| Frequency | 5 | 12 | 17 | 28 | 23 | 9 | 6 |

20.(a) From a normal population with S.D. 3, nine observations are drawn: 25, 20, 18, 27, 23, 32, 19, 21, 22. Obtain the 95% confidence interval for the population mean.

8

(For a standard normal variate Z , $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$)

3 সম্যক বিচ্যুতি বিশিষ্ট একটি নর্মাল সমগ্রক থেকে সংগৃহীত নয়টি পর্যবেক্ষণ হল: 25, 20, 18, 27, 23, 32, 19, 21, 22। ঐ সমগ্রকের গড়ের 95% আস্থা অন্তর নির্ণয় করো। দেওয়া আছে $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$, যেখানে Z সম্ভাব্য চলরাশিটির নিবেশন সম্যক নর্মাল।



- (b) Calculate the price index number for the year 2008 with 2000 as base year using Fisher's formula.

8

নীচের তথ্য থেকে Fisher-এর আদর্শ সূত্রের সাহায্যে দর সূচক নির্ণয় করো।

| Commodity | Base Year | | Current Year | |
|-----------|-----------|-------------|--------------|-------------|
| | Quantity | Price (Rs.) | Quantity | Price (Rs.) |
| X | 5 | 2.00 | 7 | 4.00 |
| Y | 7 | 3.00 | 10 | 3.20 |
| Z | 6 | 8.00 | 6 | 4.50 |
| W | 2 | 1.50 | 9 | 2.00 |

Group-E

বিভাগ-ঙ

[Marks-40]



Answer Question No. 21 and any two questions from the rest

২১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

21. Answer any four questions from the following:

2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Determine the difference equation of the least possible order from $y_n = A \cdot 5^n + B \cdot (-2)^n$.

$y_n = A \cdot 5^n + B \cdot (-2)^n$ থেকে সম্ভাব্য নিম্নতম ক্রমের পার্থক্য সমীকরণটি নির্ণয় করো।

- (b) Determine $\Delta^{-1} x^3$.

$\Delta^{-1} x^3$ -এর মান নির্ণয় করো।

- (c) If $y = cx + c^2$, show that $y = x \Delta y + (\Delta y)^2$.

যদি $y = cx + c^2$ হয় তবে দেখাও যে, $y = x \Delta y + (\Delta y)^2$.

- (d) Show that / দেখাও যে, $\left(\frac{\Delta}{E}\right) \sin 2x = 2 \cos(2x - h) \sin h$.

- (e) Show that the following variational problem does not have a solution.

দেখাও যে নিম্নলিখিত Variational problem -টির কোন সমাধান নেই।

$$V[y(x)] = \int_1^3 (x^2 - y) y^2 dx ; y(2) = \sqrt{3}, y(1) = 5.$$



(f) Show that the functional $V[y(x)] = \int_a^b [y'(x) + y(x)] dx$ is linear.

দেখাও যে, $V[y(x)] = \int_a^b [y'(x) + y(x)] dx$ functional টি রৈখিক।

(g) State the difference between functions and functionals. Also define a linear functional.

অপেক্ষক ও functional-এর পার্থক্য লেখো। রৈখিক functional-এর সংজ্ঞা দাও।

22.(a) Solve / সমাধান করো: $(E^2 - 8E + 25)u_x = 2x^2 + x + 1$. 5

(b) Find the extremal of the following functional: 6

নিম্নলিখিত functional -টির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 - y^2 - y) e^{2x} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = e^{-1}.$$

(c) Show that / দেখাও যে: $\Delta^{-1} \sin ax = \frac{-\cos\left(ax - \frac{a}{2}\right)}{2 \sin \frac{a}{2}}$. 5

23.(a) Find the curve connecting two given points A and B which is traversed by a particle sliding from A to B in the shortest time, friction and the resistance of the medium are ignored. 8

A ও B প্রদত্ত বিন্দু দুটি যোগ করে এমন একটি বক্র রেখা নির্ণয় কর যেটি দিয়ে একটি বস্তুকণা সবচেয়ে কম সময়ে A থেকে B -তে গড়িয়ে যাবে। মাধ্যমের প্রতিরোধ ও ঘর্ষণ উপেক্ষণীয়।

(b) Find the extremal of the isoperimetric problem: 8

নীচের isoperimetric সমস্যাটির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx.$$

Given (দেওয়া আছে), $\int_0^1 y^2 dx = 2, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$.



24.(a) The first term of a sequence is 'a', the second term is 'b' and every other term is the arithmetic mean of two preceding terms. Show that the n th term 5

$$\text{is } u_n = \frac{1}{3}(2a + b) - \frac{1}{3}(a - b) \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

একটি অনুক্রমের প্রথম পদ a , দ্বিতীয় পদ b এবং অন্য প্রতিটি পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমান্তরীয় মধ্যক। দেখাও যে n -তম পদটি হবে—

$$u_n = \frac{1}{3}(2a + b) - \frac{1}{3}(a - b) \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

(b) Find the extremal of the functional:

6

নিচের functional -টির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^{\pi} (4y \cos x + y'^2 - y^2) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

(c) Find u_x if $u_1 = 8$, $u_2 = 200$ and $u_x = 63u_{x-2} - 2u_{x-1}$.

5

 $u_1 = 8$, $u_2 = 200$ এবং $u_x = 63u_{x-2} - 2u_{x-1}$ হলে u_x বার করো।25.(a) Solve / সমাধান করো: $u_{x+2} - 11u_{x+1} - 30u_x = x 3^x$.

5

(b) Find the extremal of $V[y(x)] = \int_0^1 (e^{x+y} - y - \sin x) dx$; $y(0) = 0$, $y(1) = -1$.

5

$$V[y(x)] = \int_0^1 (e^{x+y} - y - \sin x) dx; \quad y(0) = 0, \quad y(1) = -1 \text{ -এর extremal নির্ণয় করো।}$$

(c) Show that the solution of the equation $u_{x+4} + u_x = 0$ is:

6

$$u_x = A \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \varepsilon\right) + B \cos\left(\frac{3\pi}{4}x + \varepsilon\right)$$

দেখাও যে, $u_{x+4} + u_x = 0$ সমীকরণটির সমাধান হলো:

$$u_x = A \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \varepsilon\right) + B \cos\left(\frac{3\pi}{4}x + \varepsilon\right).$$

